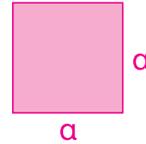




☀ **Μεταβλητή** λέγεται κάθε γράμμα ή σύμβολο που χρησιμοποιώ για να εκφράσω μια άγνωστη ή μεταβαλλόμενη τιμή.

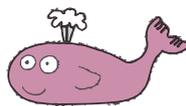
Παραδείγματα

- ❖ Το εμβαδό τετραγώνου πλευράς a είναι ίσο με $E = a \cdot a = a^2$.
- ❖ Το εμβαδό ορθογωνίου πλευρών a και β είναι ίσο με $E = a \cdot \beta$.



Χρήσιμες εκφράσεις

- ☀ Οι εκφράσεις «ελαττώνω κατά» ή «μειώνω κατά» ή «αφαιρώ» ή «μικρότερος κατά» είναι το μείον ($-$).
- ☀ Οι εκφράσεις «αυξάνω κατά» ή «μεγαλύτερος κατά» ή «προσθέτω» είναι το συν ($+$).
- ☀ Οι εκφράσεις «είναι ίσο» ή «δίνει» ή «είναι» ή «βρίσκω» ή «ίσοι με» είναι το ίσον ($=$).
- ☀ Η έκφραση «...-πλάσιο» κάποιου αριθμού είναι το γινόμενο του αριθμού που εκφράζεται πριν από το -πλάσιο με τη μεταβλητή.
- ☀ Η έκφραση «μεγαλύτερο από» είναι το ($>$), ενώ η έκφραση «μικρότερο από» είναι το ($<$).



**Παραδείγματα** 

Σε κάθε περίπτωση θεωρώ x τον άγνωστο αριθμό και έχω:

- ❖ Ένας αριθμός μεγαλύτερος κατά 3 $\rightarrow x + 3$
- ❖ Μειώνω έναν αριθμό κατά 1,2 $\rightarrow x - 1,2$
- ❖ Ελαττώνω το 9 κατά έναν αριθμό και βρίσκω 2,3 $\rightarrow 9 - x = 2,3$
- ❖ Το οκταπλάσιο ενός αριθμού $\rightarrow 8 \cdot x$
- ❖ Ένας αριθμός αυξημένος κατά 2 είναι μικρότερος από το 11 $\rightarrow x + 2 < 11$
- ❖ Ένας αριθμός μειώνεται κατά 7 και είναι μεγαλύτερος από το 3,1 $\rightarrow x - 7 > 3,1$



Για να εξασκηθώ!!!

1. Εκφράζω τις προτάσεις με τη βοήθεια μεταβλητής:

- α) Το πενταπλάσιο ενός αριθμού.
- β) Το μισό ενός αριθμού.
- γ) Ένας αριθμός μειωμένος κατά 3.
- δ) Ένας αριθμός μεγαλύτερος κατά 2,8.
- ε) Το τριπλάσιο ενός αριθμού ελαττώνεται κατά 2.
- στ) Το πενταπλάσιο ενός αριθμού αυξάνεται κατά 1.
- ζ) Το 4 μειώνεται κατά το τετραπλάσιο ενός αριθμού.
- η) Το $\frac{1}{3}$ ενός αριθμού είναι ίσο με 12.
- θ) Το δεκαπλάσιο ενός αριθμού είναι μικρότερο από 7.
- ι) Το εκατονταπλάσιο ενός αριθμού είναι μεγαλύτερο του 30.
- ια) Το διπλάσιο ενός αριθμού μειωμένο κατά 3 είναι μικρότερο του 14.
- ιβ) Το τριπλάσιο του αθροίσματος ενός αριθμού με το 1 είναι ίσο με 12.
- ιγ) Δύο διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί.
- ιδ) Ένας άρτιος αριθμός.





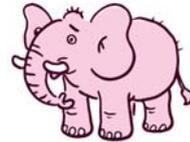
9. Ένας εργάτης εργάζεται για k μέρες. Τις τρεις πρώτες μέρες πληρώθηκε με 40 € και τις υπόλοιπες μέρες με 35 € την καθεμία. Να εκφράσετε πόσα χρήματα πήρε συνολικά τις k μέρες.



10. Η Ισμήνη έχει 12 € λιγότερα από την Κάτια και οι δύο μαζί έχουν πάνω από 40 €. Εκφράζω τα παραπάνω με τη βοήθεια μιας μεταβλητής.

11. α) Αν a , b είναι οι πλευρές ενός ορθογωνίου, βρίσκω την περίμετρό του.
β) Αν $a = 2$ εκ. και $b = 6$ εκ., βρίσκω με τη βοήθεια του ερωτήματος (α) την περίμετρό του.

12. Γνωρίζω ότι κάθε ταξί έχει ελάχιστο κόστος διαδρομής 0,8 €. Πληρώνω όμως 0,3 € για κάθε χιλιόμετρο που διανύω. Βρίσκω πόσο θα πληρώσει κάποιος που θα κάνει με το ταξί x χιλιόμετρα. (Δε λαμβάνεται υπόψη η αύξηση της τιμής με βάση τον χρόνο της διαδρομής.)



13. Γράφω με τη βοήθεια μιας μεταβλητής:
α) την περίμετρο κανονικού πενταγώνου,
β) το μήκος ορθογωνίου με περίμετρο 18 εκ.,
γ) το διπλάσιο των χρημάτων του Νέστορα αυξημένο κατά 7 €.





Εξίσωση

- ☀ **Εξίσωση με έναν άγνωστο** λέγεται κάθε ισότητα που περιέχει μία μεταβλητή.
- ☀ **Άγνωστος** ονομάζεται η μεταβλητή της εξίσωσης.

Παραδείγματα

- ❖ $x + 7 = 13$, εξίσωση με άγνωστο x .
- ❖ $15 - y = 8$, εξίσωση με άγνωστο y .
- ❖ $2 \cdot t + 7 = 17$, εξίσωση με άγνωστο t .

- ☀ **Λύση μιας εξίσωσης** λέγεται κάθε αριθμός που, όταν πάρει τη θέση της μεταβλητής, δίνει σωστή ισότητα ή, όπως λέμε, την επαληθεύει.

Παραδείγματα

- ❖ Ο αριθμός 6 είναι λύση της εξίσωσης $x + 7 = 13$, αφού η ισότητα $6 + 7 = 13$ είναι σωστή.
- ❖ Ο αριθμός 6 δεν είναι λύση της εξίσωσης $15 - y = 8$, αφού η ισότητα $15 - 6 = 8$ δεν είναι σωστή. Αντιθέτως, ο αριθμός 7 είναι λύση της εξίσωσης $15 - y = 8$, αφού η ισότητα $15 - 7 = 8$ είναι σωστή.



Λύση εξίσωσης με άγνωστο προσθετό

- ☀ Η λύση κάθε εξίσωσης στην οποία ο άγνωστος είναι προσθετός προκύπτει αφαιρώντας από το άθροισμα τον άλλο προσθετό.

Παραδείγματα

- ❖ Η λύση της εξίσωσης $x + 7 = 13$ είναι $x = 13 - 7$, οπότε $x = 6$.
- ❖ Η λύση της εξίσωσης $127 + y = 381$ είναι $y = 381 - 127$, οπότε $y = 254$.



26. Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι προσθετός



προσέχω

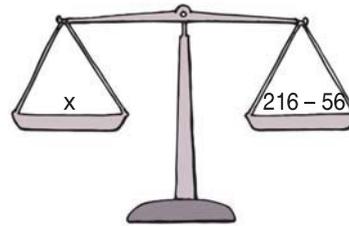
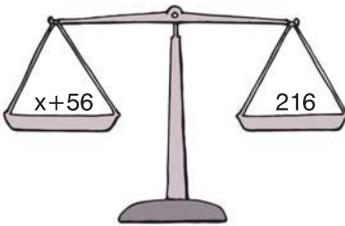


Κάθε εξίσωση μοιάζει με ζυγαριά που ισορροπεί. Είναι σαν να έχω στον ένα δίσκο ό,τι υπάρχει αριστερά του ίσον (=) και στον άλλο δίσκο ό,τι υπάρχει δεξιά του ίσον (=). Αυτό σημαίνει ότι, αν «βγάλω» κάτι από τον ένα δίσκο, πρέπει να ενεργήσω κατάλληλα στον άλλο δίσκο, για να έχω και πάλι ισορροπία.

Παράδειγμα 

$$\diamond x + 56 = 216$$

$$x = 216 - 56$$



μαθαίνω

Λύση προβλημάτων με εξίσωση

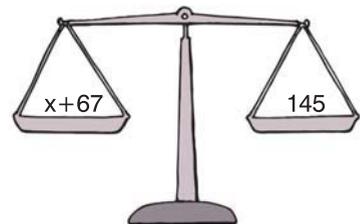
-  Βάζω x την άγνωστη ποσότητα.
-  Με τη βοήθεια του x κατασκευάζω την εξίσωση.
-  Με βάση τις γνώσεις που έχω, λύνω την εξίσωση που προκύπτει.
-  Ελέγχω αν το αποτέλεσμα είναι λογικό.

Παράδειγμα 

- \diamond Η Γαριφαλιά ζυγίζει 67 κιλά, ενώ μαζί με τον αδερφό της τον Παναγιώτη ζυγίζουν 145 κιλά. Ποιο είναι το βάρος του Παναγιώτη;

ΛΥΣΗ

- Έστω x κιλά το βάρος του Παναγιώτη.
- Τότε ισχύει: $x + 67 = 145$.
- Επομένως: $x = 145 - 67$, δηλαδή $x = 78$ κιλά.
- Το αποτέλεσμα είναι λογικό.





Όταν βρω τη λύση μιας εξίσωσης, καλό είναι να ελέγγω αν αυτή επαληθεύει την εξίσωση, οπότε ξέρω σίγουρα ότι η λύση που βρήκα είναι σωστή.



Για να εξασκηθώ!!!

1. Συμπληρώνω Σ (σωστό) ή Λ (λάθος) σε καθεμία από τις ακόλουθες προτάσεις:

α) Η εξίσωση $x + 7 = 19$ έχει λύση $x = 2$.

β) Η εξίσωση $y + 2 = 8$ έχει άγνωστο y .

γ) Η σχέση $t + 3$ είναι εξίσωση με έναν άγνωστο.

δ) Κάθε εξίσωση μοιάζει με ζυγαριά.

2. Λύνω τις εξισώσεις:

α) $x + 8 = 31$

β) $17 + y = 209$

γ) $t + 53 = 76$

δ) $59 + x = 781$

ε) $y + 819 = 901$

στ) $167 + t = 624$

ζ) $312 + x = 701$

η) $x + 847 = 1.423$

θ) $t + 1.027 = 3.812$

3. Λύνω τις εξισώσεις:

α) $x + 8 + 5 - 6 = 57 + 9 - 4$

β) $17 + y + 4 = 43$

γ) $t + 55 - 32 = 93 + 19$

δ) $68 + a + 8 = 91$

ε) $47 + x - 15 = 78 + 53$

στ) $x + 91 - 45 = 182 - 97$

4. Λύνω τις εξισώσεις:

α) $x + 5,7 = 11,1$

β) $7,34 + y = 21,7$

γ) $t + 4,8 = 9,56$

δ) $\frac{4}{5} + x = 3$

ε) $y + \frac{1}{4} = \frac{5}{6}$

στ) $\frac{1}{3} + t = \frac{6}{7}$

ζ) $x + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$

η) $\frac{5}{2} + x = \frac{19}{4}$

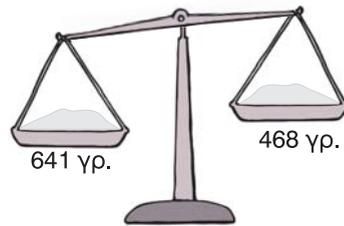
θ) $x + \frac{1}{8} = \frac{3}{4}$



ΛΥΝΩ ΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΤΗ ΒΟΗΘΕΙΑ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

5. Βρίσκω τον αριθμό ο οποίος, όταν αυξάνεται κατά 19, ισούται με 57.
6. Ποιον αριθμό πρέπει να προσθέσω στο 3,6 για να βρω $\frac{45}{7}$;
7. Ο Βαγγέλης έχει 34,69 € περισσότερα από τον Κλεόπα. Αν ο Βαγγέλης έχει 227,1 €, πόσα χρήματα έχει ο Κλεόπας;

8. Σε μια ζυγαριά βάζω στον ένα δίσκο 641 γραμμάρια ζάχαρη και στον άλλο 468 γραμμάρια αλεύρι. Πόσο αλεύρι πρέπει να προσθέσω στο δεξιό πιατάκι για να ισορροπήσει η ζυγαριά;



9. Η Χαραυγή και η Ιωάννα κάνουν τραμπάλα. Η Χαραυγή ζυγίζει 41,7 κιλά, ενώ η Ιωάννα ζυγίζει 24,450 κιλά. Πόσο βάρος πρέπει να προσθέσω στην Ιωάννα, ώστε να ισορροπήσει η τραμπάλα;

10. Για το διπλανό μαγικό τετράγωνο σχηματίζω τις εξισώσεις που προκύπτουν και τις λύνω.

2,7	x	2,5
2,2	y	2,6
z	2,8	2,1

11. Ανακαλύπτω τέσσερις αριθμούς από το ημερολόγιο που σχηματίζουν τετράγωνο και έχουν άθροισμα 80.

Δεκέμβριος - December						
Δ	Τ	Τ	Π	Π	Σ	Κ
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

12. Γράφω και λύνω ένα πρόβλημα που λύνεται με την εξίσωση $81 + x = 120$.

Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι μειωτέος ή αφαιρετέος



Λύση εξίσωσης με άγνωστο μειωτέο

- ☀ Η λύση κάθε εξίσωσης στην οποία ο άγνωστος είναι μειωτέος προκύπτει από την πρόσθεση της διαφοράς με τον αφαιρετέο.

Παράδειγμα

- ❖ Η λύση της εξίσωσης $x - 7 = 13$ είναι $x = 13 + 7$, οπότε $x = 20$.



Λύση εξίσωσης με άγνωστο αφαιρετέο

- ☀ Η λύση κάθε εξίσωσης στην οποία ο άγνωστος είναι αφαιρετέος προκύπτει αφαιρώντας από τον μειωτέο τη διαφορά.

Παράδειγμα

- ❖ Η λύση της εξίσωσης $678 - t = 345$ είναι $t = 678 - 345$, οπότε $t = 333$.



Για να εξασκηθώ!!!

1. Συμπληρώνω Σ (σωστό) ή Λ (λάθος) σε καθεμία από τις ακόλουθες προτάσεις:
- α) Η εξίσωση $x - 7 = 19$ έχει λύση $x = 12$.
- β) Η εξίσωση $72 - x = 49$ έχει λύση $x = 23$.
- γ) Κάθε εξίσωση με αφαίρεση λύνεται με πρόσθεση.



27. Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι μειωτέος ή αφαιρετέος

2. Λύνω τις εξισώσεις:

α) $x - 4 = 5$

β) $y - 34 = 82$

γ) $t - 5 = 2$

δ) $x - 67 = 85$

ε) $y - 819 = 901$

στ) $t - 123 = 486$

3. Λύνω τις εξισώσεις:

α) $x - (42 + 18) = 5$

β) $y - (73 - 56) = 18$

γ) $(78 + 34) - t = 27$

δ) $(81 - 27) - x = 52$

4. Λύνω τις εξισώσεις:

α) $x - 8,7 = 5,6$

β) $y - 5,4 = 52,6$

γ) $t - 51,2 = 64$

δ) $x - \frac{3}{10} = \frac{7}{15}$

ε) $y - \frac{3}{4} = \frac{1}{6}$

στ) $t - \frac{2}{7} = \frac{4}{9}$

5. Λύνω τις εξισώσεις:

α) $6 - x = 4$

β) $8 - y = 3$

γ) $9 - t = 7$

δ) $95 - x = 68$

ε) $894 - y = 764$

στ) $892 - t = 607$

ζ) $140 - x = 73$

η) $237 - y = 198$

θ) $541 - t = 485$

6. Λύνω τις εξισώσεις:

α) $21,3 - x = 13,7$

β) $4,61 - y = 1,4$

γ) $5,102 - t = 4,98$

δ) $\frac{7}{8} - x = \frac{1}{3}$

ε) $3\frac{1}{2} - y = \frac{8}{3}$

στ) $\frac{1}{4} - t = \frac{1}{6}$

7. Βρίσκω τις τιμές των μεταβλητών x, y για τις οποίες ισχύουν οι εξισώσεις:

$$\begin{cases} x + 5 = 13 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

ΛΥΝΩ ΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕ ΤΗ ΒΟΗΘΕΙΑ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

8. Βρίσκω τον αριθμό από τον οποίο αφαιρώ 3,4 και δίνει 8,1.

9. Βρίσκω τον αριθμό ο οποίος, όταν μειώνεται κατά $\frac{5}{9}$, δίνει $2\frac{1}{6}$.

10. Η γιαγιά έδωσε στην εγγονή της χαρτζιλίκι και από τα 54,3 € που είχε της έμειναν 28 €. Πόσα χρήματα έδωσε στην εγγονή της;



11. Ο Βρασίδης πριν από ένα μήνα ζύγιζε 123,56 κιλά. Έκανε όμως δίαιτα και σήμερα ζυγίζει 98,7 κιλά. Πόσα κιλά αδυνατίσσε;



12. Η Ελίζα αγόρασε 1 κιλό κεράσια προς 5,6 € το κιλό και 2 κιλά μήλα προς 75 λεπτά το κιλό και της έμειναν 12,35 €. Πόσα χρήματα είχε αρχικά;

13. Από μία σακούλα με καραμέλες, ο μπαμπάς έδωσε στην κόρη του 15 καραμέλες και στον γιο του 8. Αν έμειναν 33 καραμέλες, θρίσκω πόσες καραμέλες είχε ο πατέρας αρχικά.



14. Από ένα κουτί λουκούμια, ο Θοδωρής έδωσε 7 στην αδερφή του και τα διπλάσια στον αδερφό του και του έμειναν 13. Πόσα λουκούμια υπήρχαν στο κουτί;

15. Ο Βίκτορας έχει 38 φακελάκια καφέ, δίνει κάποια από αυτά στη Βάσια και του μένουν 16. Πόσα έδωσε στη Βάσια;

16. Ο Τρύφωνας έχει 19 γραμματόσημα λιγότερα από τον Τάκη και ο Τάκης έχει 7 παραπάνω από τη Βάσω, που έχει 51. Πόσα γραμματόσημα έχει ο Τρύφωνας;

17. Γράφω και λύνω ένα πρόβλημα που λύνεται με καθεμία από τις εξισώσεις:

α) $74 - x = 45$

β) $x - 12,1 = 34,8$

