ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΠΑΤΑΚΗΣ

Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Στέφανος Χατζηευσταθίου

Φυσική

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΠΑΤΑΚΗ
www.patakis.gr
ΒΙΒΛΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΛΥΚΕΙΟ

Στέφανος Χατζηευσταθίου

ΦΥΣΙΚΗ

Α΄ Γενικού Λυκείου

Γενικής Παιδείας

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΠΑΤΑΚΗ

Στη μητέρα μου
και στη μνήμη του πατέρα μου

Θέση υπογραφής δικαιούχου δικαιωμάτων πνευματικής ιδιοκτησίας,
εφόσον η υπογραφή προβλέπεται από τη σύμβαση.

Εκδόσεις Πατάκη – Βιβλία για την εκπαίδευση
Στέφανος Χατζηευσταθίου, *Φυσική Α΄ Γενικού Λυκείου Γενικής Παιδείας*
Υπεύθυνος έκδοσης: Νίκος Κύρος
Διορθώσεις: Νάντια Κουτσουρούμπα
Σελιδοποίηση: Γιώργος Χατζησπύρος

Πρώτη έκδοση από τις Εκδόσεις Πατάκη, Αθήνα, Απρίλιος 2019
Κ.Ε.Τ. 9840 – Κ.Ε.Π. 94/19
ISBN 978-960-16-6263-3

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΠΑΤΑΚΗ

ΠΑΝΑΓΗ ΤΣΑΛΔΑΡΗ (ΠΡΩΗΝ ΠΕΙΡΑΙΩΣ) 38, 104 37 ΑΘΗΝΑ,
ΤΗΛ.: 210.36.50.000, 210.52.05.600, 801.100.2665, ΦΑΞ: 210.36.50.069
ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΔΙΑΘΕΣΗ: ΕΜΜ. ΜΠΕΝΑΚΗ 16, 106 78 ΑΘΗΝΑ, ΤΗΛ.: 210.38.31.078
ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΗΜΑ ΒΟΡΕΙΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ: ΚΟΡΥΤΣΑΣ (ΤΕΡΜΑ ΠΟΝΤΟΥ – ΠΕΡΙΟΧΗ Β΄ ΚΤΕΟ),
570 09 ΚΑΛΟΧΩΡΙ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ, Τ.Θ. 1213, ΤΗΛ.: 2310.70.63.54, 2310.70.67.15, ΦΑΞ: 2310.70.63.55
Web site: http://www.patakis.gr • e-mail: info@patakis.gr, sales@patakis.gr

Περιεχομενα

Θέλω να πω ένα μεγάλο ευχαριστώ στη σύζυγό μου Καλλιόπη Μπαϊρακτάρη
για την πολύπλευρη βοήθειά της σε όλη τη διάρκεια της δημιουργίας του βιβλίου.

Εισαγωγη

Θεωρια – Εφαρμογες

Η Επιστημη της Φυσικης

Η αρχή της Φυσικής όπως την εννοούμε σήμερα έγινε με τον Γαλιλαίο (Galileo Galilei, 16ος-17ος αιώνας), ο οποίος εισήγαγε τα Μαθηματικά στη Φυσική. Περιέγραψε τις κινήσεις σωμάτων με την αυστηρότητα και την ακρίβεια των Μαθηματικών. Φυσικά μεγέθη όπως η μετατόπιση και ο χρόνος συνδέθηκαν μεταξύ τους με εξισώσεις.

Τον επόμενο αιώνα ο Ισαάκ Νεύτων (Isaac Newton, 17ος-18ος αιώνας) έκανε ένα τεράστιο βήμα. Περιέγραψε με μαθηματικές εξισώσεις τις κινήσεις των σωμάτων γύρω μας, αλλά και τις κινήσεις των ουράνιων σωμάτων με τις ίδιες εξισώσεις, π.χ. την πτώση ενός μήλου, αλλά και τις κινήσεις των πλανητών γύρω από τον Ήλιο.

Η διατύπωση θεωριών όπως η ατομική θεωρία, η κβαντική φυσική και η σχετικότητα αποτέλεσαν τεράστια βήματα στην εξέλιξη της Φυσικής.

Σήμερα, μιλώντας για τη Φυσική, μπορούμε να πούμε ότι είναι η επιστήμη που τελικά προσπαθεί να περιγράψει τις κινήσεις των σωμάτων. Τα σώματα, για παράδειγμα μια πέτρα ή η Σελήνη, μπορεί να είναι ορατά από τον άνθρωπο. Μπορεί όμως να είναι αόρατα και ο άνθρωπος απλώς να νιώθει τα αποτελέσματα των κινήσεών τους. Δε βλέπουμε τα ηλεκτρόνια να κινούνται μέσα στο μέταλλο της αντίστασης του ηλεκτρικού καλοριφέρ, όμως ζεσταινόμαστε. Επίτευγμα της Φυσικής είναι ότι σήμερα μπορούμε να εξηγούμε φαινόμενα όπως η πτώση μιας πέτρας, η περιστροφή και η περιφορά της Γης, το ηλεκτρικό ρεύμα, ακόμα και το ότι ακούμε και το ότι βλέπουμε, ως κινήσεις σωμάτων ή σωματιδίων που αλληλεπιδρούν.

Αξίζει να αναφέρουμε ότι οι Φυσικές Επιστήμες, η αναζήτηση νόμων που μπορούν να περιγράφουν τη φύση, ξεκίνησαν τον 7ο αιώνα π.Χ. από τον Θαλή τον Μιλήσιο.

1 Οι Εννοιες

Για να εξηγήσουμε τα φυσικά φαινόμενα που συμβαίνουν γύρω μας, πρέπει πρώτα να αναφέρουμε τις έννοιες που έχουμε δημιουργήσει προσπαθώντας να περιγράψουμε τα φαινόμενα αυτά. Αυτές οι έννοιες είναι τα φυσικά μεγέθη, όπως ο χρόνος, το μήκος ή το βάρος των σωμάτων κτλ.

Αν, για παράδειγμα, θέλουμε να περιγράψουμε την ελεύθερη κατακόρυφη πτώση σωμάτων, θα μας απασχολήσουν έννοιες-φυσικά μεγέθη όπως το ύψος από το οποίο αφήνονται τα σώματα να πέσουν, ο χρόνος που διαρκεί η πτώση τους, ή ακόμη και το βάρος των σωμάτων που αφήνουμε να πέσουν.

Τέλος, ας επισημάνουμε τη διαφορά στο νόημα που έχουν στη Φυσική οι παραπάνω έννοιες και στο νόημα που συχνά οι ίδιες αποκτούν στην καθημερινή ζωή. Έτσι, στη Φυσική το βάρος των σωμάτων περιγράφεται με ακριβή μαθηματικό τρόπο. Στην καθημερινή ζωή συναντάμε «το βάρος της συνείδησης», «το βαρύ φαγητό» κτλ., που δεν είναι βεβαίως προσδιορισμένα με μαθηματική ακρίβεια και δεν είναι φυσικά μεγέθη.

2 Φυσικα Μεγεθη – Μετρηση – Μοναδες Μετρησης

Φυσικά μεγέθη είναι τα μεγέθη που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή ενός φυσικού φαινομένου. Το μήκος, η μάζα, ο χρόνος, το εμβαδόν, ο όγκος, η ταχύτητα, η πυκνότητα είναι φυσικά μεγέθη.

Μέτρηση ονομάζεται η διαδικασία σύγκρισης ομοειδών μεγεθών. Για να μετρήσουμε ένα φυσικό μέγεθος, το συγκρίνουμε με άλλο ομοειδές, το οποίο ονομάζεται **μονάδα μέτρησης**.

Με τον τρόπο αυτό προσδιορίζουμε τα φυσικά μεγέθη με μαθηματική ακρίβεια. Τα φυσικά μεγέθη αρχικά διακρίνονται σε θεμελιώδη και παράγωγα.

✓ Θεμελιώδη φυσικά μεγέθη

Θεμελιώδη φυσικά μεγέθη είναι αυτά που δεν ορίζονται με τη βοήθεια άλλων φυσικών μεγεθών.

Τέτοια φυσικά μεγέθη είναι το μήκος, ο χρόνος και η μάζα. Οι μονάδες μέτρησης των θεμελιωδών μεγεθών ορίζονται συμβατικά και ονομάζονται **θεμελιώδεις μονάδες**.

Το μήκος

Συμβολίζεται με το γράμμα ℓ ή d. Μήκος (ℓength) ή απόσταση (distance) είναι το ίδιο φυσικό μέγεθος. Μονάδα μέτρησης του μήκους είναι το ένα μέτρο (1m). Θα γνωρίσουμε κι άλλες μονάδες μέτρησης του μήκους. Το υποδεκάμετρο, η μετροταινία κ.ά. είναι συνηθισμένα όργανα μέτρησης του μήκους.

Ο χρόνος

Συμβολίζεται με το γράμμα t. Σχετίζεται με τα ερωτήματα πότε συνέβη ή θα συμβεί ένα γεγονός ή πόσο διαρκεί ένα φαινόμενο. Για τη μέτρηση του χρόνου χρησιμοποιούμε φαινόμενα που επαναλαμβάνονται με τον ίδιο τρόπο σε ίσα χρονικά διαστήματα (περιοδικά φαινόμενα), όπως είναι η διαδοχή ημέρας και νύχτας. Τον χρόνο τον μετράμε με χρονόμετρα. Μονάδα μέτρησης του χρόνου είναι το ένα δευτερόλεπτο (1s). Άλλες μονάδες μέτρησης του χρόνου είναι το ένα λεπτό (1min), η μία ώρα (1h), το ένα ημερονύκτιο, για τις οποίες ισχύει:

$$1\text{min} = 60\text{s},\ 1\text{h} = 60\,\text{min},\ 1\ \text{ημερονύκτιο} = 24\text{h}$$

Η μάζα

Συμβολίζεται με το γράμμα m. Για τη Φυσική, η μάζα εκφράζει τη **δυσκινησία** (αδράνεια) ενός σώματος. Για τη Χημεία, εκφράζει την ποσότητα της ύλης που περιέχεται σε ένα σώμα. Μονάδα μέτρησης της μάζας είναι το ένα χιλιόγραμμο (1kg). Θα γνωρίσουμε και άλλες μονάδες μέτρησης της μάζας. Τα όργανα μέτρησης της μάζας είναι οι ζυγοί.

✓ Παράγωγα φυσικά μεγέθη

Παράγωγα φυσικά μεγέθη είναι αυτά που ορίζονται από τα θεμελιώδη με απλές μαθηματικές σχέσεις.

Τέτοια φυσικά μεγέθη είναι το εμβαδόν, ο όγκος, η πυκνότητα, η ταχύτητα, η δύναμη κ.ά. Οι μονάδες μέτρησής τους προκύπτουν από τις θεμελιώδεις μονάδες, με τις αντίστοιχες απλές μαθηματικές σχέσεις, και ονομάζονται **παράγωγες μονάδες**.

Το εμβαδόν

Συμβολίζεται με το γράμμα A ή S. Εκφράζει την έκταση που καλύπτει μια επιφάνεια. Ένα γραμματόσημο καλύπτει μικρότερη επιφάνεια από μια σελίδα τετραδίου και τα πανιά ενός ιστιοπλοϊκού καλύπτουν πολύ μικρότερη επιφάνεια από την επιφάνεια οποιουδήποτε από τους πενήντα δύο νομούς της Ελλάδας. Η μονάδα μέτρησης του εμβαδού εκφράζεται μέσω της θεμελιώδους μονάδας μέτρησης του μήκους. Είναι το εμβαδόν της επιφάνειας ενός τετραγώνου με πλευρά ένα μέτρο (1m). Προκύπτει ως εξής: Εμβαδόν $=$ μήκος $\times$ μήκος, άρα Μονάδα εμβαδού $= 1\text{m} \times 1\text{m} = 1\text{m}^2$. Αυτή η μονάδα ονομάζεται τετραγωνικό μέτρο $\left(1\text{m}^2\right)$.

Ο όγκος

Συμβολίζεται με το γράμμα V. Εκφράζει τον χώρο που καταλαμβάνει ένα σώμα. Μία σταγόνα νερού καταλαμβάνει μικρότερο χώρο από τον χώρο που καταλαμβάνει το νερό σε ένα γεμάτο ποτήρι. Ακόμη πιο μεγάλο χώρο καταλαμβάνει ένα φουσκωμένο μπαλόνι και ακόμη μεγαλύτερο ένα αερόστατο που πετάει. Η μονάδα μέτρησης του όγκου εκφράζεται μέσω της θεμελιώδους μονάδας μέτρησης του μήκους. Είναι ο όγκος ενός κύβου ακμής ενός μέτρου (1m). Προκύπτει ως εξής: Όγκος $=$ μήκος $\times$ μήκος $\times$ μήκος, άρα Μονάδα όγκου $= 1\text{m} \times 1\text{m} \times 1\text{m} = 1\text{m}^3$. Αυτή η μονάδα ονομάζεται κυβικό μέτρο $\left(1\text{m}^3\right)$.

Η πυκνότητα

Συμβολίζεται με το γράμμα ρ ή d. Εκφράζει τη μάζα του υλικού που περιέχεται σε μία μονάδα όγκου.

Πυκνότητα ενός σώματος είναι το πηλίκο της μάζας προς τον όγκο του σώματος:

$$\text{Πυκνότητα} = \frac{\text{μάζα}}{\text{όγκο}} \text{ ή με σύμβολα: } \boldsymbol{\rho = \frac{m}{V}}$$

Η μονάδα μέτρησης της πυκνότητας εκφράζεται μέσω των θεμελιωδών μονάδων της μάζας και του μήκους:

$$\text{Μονάδα πυκνότητας} = \frac{\text{μονάδα μάζας}}{\text{μονάδα όγκου}} = \frac{1\text{kg}}{1\text{m}^3}$$

Παρατήρηση

Η μονάδα μέτρησης κάθε παράγωγου μεγέθους μπορεί πάντοτε να εκφραστεί, με τις αντίστοιχες απλές μαθηματικές σχέσεις, από τις μονάδες μέτρησης των θεμελιωδών φυσικών μεγεθών.

Η πυκνότητα είναι **χαρακτηριστικό του υλικού κάθε σώματος**. Εξαρτάται μόνο από την εσωτερική δομή του σώματος, τον τρόπο δηλαδή με τον οποίο αλληλεπιδρούν μεταξύ τους τα μόρια ή τα ιόντα του σώματος. Στον σίδηρο (Fe) αλληλεπιδρούν ισχυρά και έτσι είναι πυκνός, είτε μιλάμε για μία καρφίτσα είτε για μία σιδερόβεργα. Στο αέριο ήλιο (He) αλληλεπιδρούν ελάχιστα, είτε μιλάμε γι' αυτό που περιέχεται σε ένα μπαλονάκι είτε γι' αυτό που περιέχεται σε ένα αερόστατο. Η πυκνότητα του σιδήρου είναι μεγαλύτερη από την πυκνότητα του ηλίου, συνεπώς μία καρφίτσα έχει μεγαλύτερη πυκνότητα από ένα αερόστατο.

Ο όγκος ενός σώματος επηρεάζεται και από τη θερμοκρασία. Αν το σώμα είναι αέριο, επηρεάζεται και από την πίεση. Επομένως θα επηρεάζεται και η πυκνότητά του. Στα προηγούμενα παραδείγματα θεωρούμε ότι η πίεση και η θερμοκρασία είναι αυτές που υπάρχουν συνήθως γύρω μας.

> **Σχολιο**
> Ο διαχωρισμός των φυσικών μεγεθών σε θεμελιώδη και παράγωγα είναι σίγουρα πρωταρχικής σημασίας για τη Φυσική. Η βαθύτερη κατανόηση όμως του διαχωρισμού αυτού δεν είναι απαραίτητη για μια πρώτη προσέγγιση των φυσικών φαινομένων. Ακολουθεί ο διαχωρισμός των φυσικών μεγεθών σε μονόμετρα και διανυσματικά, ο οποίος είναι απαραίτητος για τα φυσικά φαινόμενα που θα περιγράψουμε.

3 Διεθνες Συστημα Μοναδων (S.I.)

Για λόγους καλύτερης συνεννόησης στο διεθνές εμπόριο, στη διεθνή επιστημονική κοινότητα κτλ. δημιουργήθηκε ένα κοινό παγκόσμιο σύστημα μονάδων μέτρησης φυσικών μεγεθών. Το σύνολο των μονάδων μέτρησης των θεμελιωδών φυσικών μεγεθών και το σύνολο των παράγωγων μονάδων μέτρησης, που προκύπτουν από τις θεμελιώδεις, αποτελεί ένα σύστημα μονάδων. Σήμερα, από όλες σχεδόν τις χώρες χρησιμοποιείται το Διεθνές Σύστημα Μονάδων (International System of Units) ή εν συντομία S.I.

Οι θεμελιώδεις μονάδες μέτρησης των φυσικών μεγεθών στο S.I. είναι:

Διεθνές Σύστημα Μονάδων (S.I.)	
Θεμελιώδη μεγέθη	**Θεμελιώδεις μονάδες μέτρησης**
Μήκος (ℓ)	1 μέτρο (1m)
Χρόνος (t)	1 δευτερόλεπτο (1s)
Μάζα (m)	1 χιλιόγραμμο (1kg)
Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος (i)	1 αμπέρ (1A)
Απόλυτη θερμοκρασία (T)	1 βαθμός Κέλβιν (1K)
Ποσότητα ύλης (n)	1 μολ (1mol)
Ένταση φωτεινής ακτινοβολίας	1 καντέλα-κερί (1cd)

✓ Πολλαπλάσια και υποπολλαπλάσια των μονάδων

Τα πολλαπλάσια και τα υποπολλαπλάσια των μονάδων είναι γράμματα που χρησιμοποιούνται ως σύμβολα και τα οποία μπαίνουν μπροστά από τις μονάδες μέτρησης. Τα πολλαπλάσια αυξάνουν τη μονάδα μέτρησης, ενώ τα υποπολλαπλάσια την ελαττώνουν. Σκεφτείτε ότι μας εξυπηρετεί να μιλάμε για τις διαστάσεις του βιβλίου μας σε εκατοστά (cm), της τάξης μας σε μέτρα (m), ενώ για τις αποστάσεις μεταξύ των πόλεων σε χιλιόμετρα (km).

Πολλαπλάσια μονάδων	Υποπολλαπλάσια μονάδων
k (κίλο - kilo) $= 1.000 = 10^3$	d (ντέσι - deci) $= \frac{1}{10} = 10^{-1}$
M (μέγα - mega) $= 1.000.000 = 10^6$	c (σέντι - centi) $= \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} = 10^{-2}$
G (γίγα - giga) $= 10^9$	m (μίλι - mili) $= \frac{1}{1.000} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}$
T (τέρα - tera) $= 10^{12}$	μ (μίκρο - micro) $= \frac{1}{1.000.000} = \frac{1}{10^6} = 10^{-6}$
P (πέτα - peta) $= 10^{15}$	n (νάνο - nano) $= 10^{-9}$
E (έξα - exa) $= 10^{18}$	p (πίκο - pico) $= 10^{-12}$

Μπορούμε τώρα να αναφέρουμε τα υποπολλαπλάσια των μονάδων μέτρησης του εμβαδού και του όγκου.

Για το εμβαδόν έχουμε:

$1m \times 1m = 10dm \times 10dm = 100dm^2 = 10^2 dm^2$, άρα $\mathbf{1m^2 = 10^2 dm^2}$.

$1m \times 1m = 100cm \times 100cm = 10.000cm^2 = 10^4 cm^2$, άρα $\mathbf{1m^2 = 10^4 cm^2}$.

$1m \times 1m = 1.000mm \times 1.000mm = 1.000.000mm^2 = 10^6 mm^2$, άρα $\mathbf{1m^2 = 10^6 mm^2}$.

Για τον όγκο έχουμε:

$1m \times 1m \times 1m = 10dm \times 10dm \times 10dm = 1.000dm^3 = 10^3 dm^3$, άρα $\mathbf{1m^3 = 10^3 dm^3}$.

$1m \times 1m \times 1m = 100cm \times 100cm \times 100cm = 1.000.000cm^3 = 10^6 cm^3$, άρα $\mathbf{1m^3 = 10^6 cm^3}$.

$1m \times 1m \times 1m = 1.000mm \times 1.000mm \times 1.000mm = 1.000.000.000mm^3 = 10^9 mm^3$, άρα $\mathbf{1m^3 = 10^9 mm^3}$.

Για τον όγκο έχουμε επίσης τη μονάδα μέτρησης του ενός λίτρου (1L): $\mathbf{1dm^3 = 1L}$, άρα $\mathbf{1cm^3 = 1mL}$.

Εφαρμογη 1

Να μετατρέψετε τα παρακάτω μήκη και αποστάσεις σε μέτρα (m).

α) 70cm **β)** 1,5km **γ)** 4mm **δ)** 10^{-6} mm **ε)** 10^3 km

στ) 0,1cm **ζ)** 0,1km **η)** 10μm **θ)** 10^4 mm

Λυση

α) $1cm = 1 \cdot 10^{-2} m = 10^{-2} m$, άρα $70cm = 70 \cdot 10^{-2} m$ ή $70cm = 0,7m$.

β) $1km = 1 \cdot 10^3 m = 10^3 m$, άρα $1,5km = 1,5 \cdot 10^3 m$ ή $1,5km = 1.500m$.

γ) $1mm = 1 \cdot 10^{-3} m = 10^{-3} m$, άρα $4mm = 4 \cdot 10^{-3} m$.

δ) Όπως παραπάνω, στο (γ): $10^{-6} mm = 10^{-6} \cdot 10^{-3} m = 10^{-6+(-3)} m$, άρα $10^{-6} mm = 10^{-9} m$.

ε) Όπως παραπάνω, στο (β): $10^3 km = 10^3 \cdot 10^3 m = 10^{3+3} m$, άρα $10^3 km = 10^6 m$.

στ) Όπως παραπάνω, στο (α): $0,1cm = 0,1 \cdot 10^{-2} m = 10^{-1} \cdot 10^{-2} m = 10^{-1+(-2)} m$, άρα $0,1cm = 10^{-3} m$.

ζ) Όπως παραπάνω, στα (β) και (ε): $0,1km = 0,1 \cdot 10^3 m = 10^{-1} \cdot 10^3 m = 10^{-1+3} m$, άρα $0,1km = 10^2 m = 100m$.

η) $1\mu m = 1 \cdot 10^{-6} m = 10^{-6} m$, άρα $10\mu m = 10 \cdot 10^{-6} m = 10^{1} \cdot 10^{-6} m = 10^{1+(-6)} m$, επομένως $10\mu m = 10^{-5} m$.

θ) Όπως παραπάνω, στα (γ) και (δ): $10^4 mm = 10^4 \cdot 10^{-3} m = 10^{4+(-3)} m$, άρα $10^4 mm = 10^1 m = 10m$.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 2

Να εκφράσετε τα παρακάτω φυσικά μεγέθη σε μονάδες του S.I.

α) $100g$ **β)** $2L$ **γ)** $5min$ **δ)** $5\frac{g}{cm^3}$ **ε)** $10\mu s$

στ) $10mg$ **ζ)** $1,5h$ **η)** $10mm^2$ **θ)** $100cm^3$

ΛΥΣΗ

α) $1kg = 1 \cdot 10^3 g = 10^3 g$, άρα $1g = 10^{-3} kg$, επομένως $100g = 100 \cdot 10^{-3} kg = 10^2 \cdot 10^{-3} kg = 10^{2+(-3)} kg$, δηλαδή $100g = 10^{-1} kg = 0{,}1kg$.

β) $1m^3 = 1.000L = 10^3 L$, άρα $1L = 10^{-3} m^3$, επομένως $2L = 2 \cdot 10^{-3} m^3$.

γ) $1min = 60s$, επομένως $5min = 5 \cdot 60s = 300s$.

δ) $1kg = 10^3 g$, άρα $1g = 10^{-3} kg$ και $1m^3 = 10^6 cm^3$, οπότε $1cm^3 = 10^{-6} m^3$, επομένως

$$5\frac{g}{cm^3} = 5\frac{10^{-3} kg}{10^{-6} m^3} = 5 \cdot 10^{-3-(-6)} \frac{kg}{m^3} = 5 \cdot 10^{-3+6} \frac{kg}{m^3} m^3, \text{ άρα } 5\frac{g}{cm^3} = 5 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}.$$

ε) $1\mu s = 10^{-6} s$, επομένως $10\mu s = 10 \cdot 10^{-6} s = 10^{1+(-6)} s$, άρα $10\mu s = 10^{-5} s$.

στ) $1mg = 1 \cdot 10^{-3} g = 10^{-3} g$ και $1kg = 1 \cdot 10^3 g = 10^3 g$, άρα $1g = 10^{-3} kg$, επομένως $1mg = 10^{-3} \cdot 10^{-3} kg = 10^{-3+(-3)} kg = 10^{-6} kg$, δηλαδή $10mg = 10 \cdot 10^{-6} kg$, άρα $10mg = 10^{-5} kg$.

ζ) $1h = 60 min$ και $1min = 60s$, επομένως $1h = 60 \cdot 60s = 3.600s$, άρα $1,5h = 1,5 \cdot 3.600s$, δηλαδή $1,5h = 5.400s$.

η) $1m^2 = 1m \times 1m = 1.000mm \times 1.000mm = 10^3 \cdot 10^3 mm^2 = 10^6 mm^2$, άρα $1mm^2 = 10^{-6} m^2$, επομένως $10mm^2 = 10 \cdot 10^{-6} m^2 = 10^{1+(-6)} m^2$, δηλαδή $10mm^2 = 10^{-5} m^2$.

θ) $1m^3 = 1m \times 1m \times 1m = 100cm \times 100cm \times 100cm = 10^2 \cdot 10^2 \cdot 10^2 cm^3 = 10^6 cm^3$, άρα $1cm^3 = 10^{-6} m^3$, επομένως $100cm^3 = 100 \cdot 10^{-6} m^3 = 10^2 \cdot 10^{-6} m^3 = 10^{2+(-6)} m^3$, δηλαδή $100cm^3 = 10^{-4} m^3$.

4 Μονομετρα και Διανυσματικα Φυσικα Μεγεθη

Ο διαχωρισμός των φυσικών μεγεθών σε μονόμετρα και διανυσματικά φαίνεται αρχικά ότι είναι πιο δύσκολος από τον διαχωρισμό τους σε θεμελιώδη και παράγωγα. Η κατανόησή του όμως είναι απαραίτητη για τα φυσικά φαινόμενα που θα περιγράψουμε παρακάτω.

✓ Μονόμετρα φυσικά μεγέθη

Μονόμετρα φυσικά μεγέθη είναι αυτά που προσδιορίζονται πλήρως από το μέτρο τους, δηλαδή την αριθμητική τους τιμή συνοδευόμενη από τη μονάδα μέτρησης.

Φυσικά μεγέθη όπως ο χρόνος (π.χ. $3\mathrm{s}, 15\,\mathrm{min}$), η μάζα (π.χ. $4\mathrm{kg}$, $300\mathrm{g}$), η πυκνότητα (π.χ. η πυκνότητα του σιδήρου είναι $7{,}8\mathrm{g}/\mathrm{cm}^3$, η πυκνότητα του αέρα είναι $1{,}3\mathrm{kg}/\mathrm{m}^3$) είναι μονόμετρα. Βεβαίως υπάρχουν και άλλα μονόμετρα φυσικά μεγέθη, κάποια από τα οποία θα γνωρίσουμε στη συνέχεια.

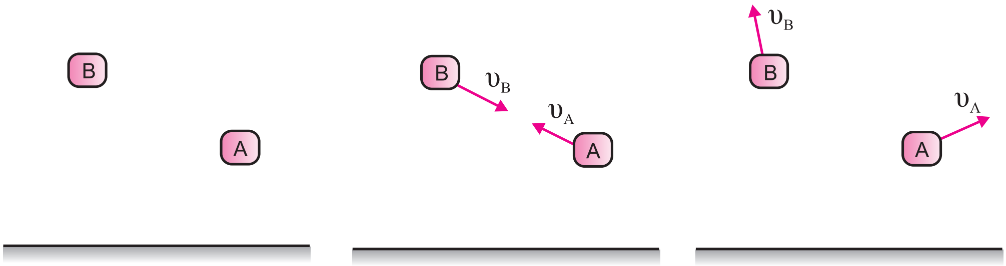
Τα απλά μεγέθη της καθημερινής ζωής είναι συνήθως μονόμετρα, π.χ. 5 ευρώ, 2 αυγά, 1 θρανίο κτλ. Θα κατανοήσουμε πλήρως τα μονόμετρα φυσικά μεγέθη, αφού προηγουμένως γνωρίσουμε και κατανοήσουμε την αναγκαιότητα ύπαρξης των διανυσματικών φυσικών μεγεθών.

✓ Διανυσματικά φυσικά μεγέθη

Για να καταλάβουμε την ανάγκη ύπαρξης των διανυσματικών φυσικών μεγεθών, ας προσπαθήσουμε να απαντήσουμε στις παρακάτω ερωτήσεις.

Στο σχήμα 1 βλέπουμε τα ελικόπτερα Α και Β, δηλαδή τα υλικά σημεία Α και Β. Το ελικόπτερο Α κινείται με ταχύτητα $50\mathrm{km}/\mathrm{h}$, ενώ το ελικόπτερο Β κινείται με ταχύτητα $70\mathrm{km}/\mathrm{h}$. Θα συγκρουστούν μεταξύ τους; Είναι φανερό ότι δεν μπορούμε να απαντήσουμε.

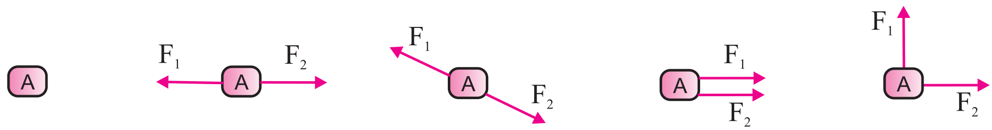
Αν τα ελικόπτερα κινούνται όπως στο σχήμα 1α, θα συγκρουστούν, αν όμως κινούνται όπως στο σχήμα 1β, δε θα συγκρουστούν μεταξύ τους.



Σχήμα 1 Σχήμα 1α Σχήμα 1β

Στο σχήμα 2 βλέπουμε το σώμα Α αρχικά ακίνητο. Στο σώμα Α ασκούνται δύο δυνάμεις, καθεμία από τις οποίες είναι 7N (ή πιο απλά 7 μονάδες δύναμης). Θα κινηθεί το σώμα Α; Είναι και πάλι φανερό ότι δεν μπορούμε να απαντήσουμε.

Αν οι δυνάμεις ασκούνται όπως στο σχήμα 2α ή στο σχήμα 2β, το σώμα δε θα κινηθεί, αν όμως οι δυνάμεις αυτές ασκούνται όπως στο σχήμα 2γ ή στο σχήμα 2δ, τότε το σώμα θα κινηθεί.



Σχήμα 2 Σχήμα 2α Σχήμα 2β Σχήμα 2γ Σχήμα 2δ

Φυσικά μεγέθη όπως η ταχύτητα και η δύναμη τα οποία συνδέονται με κάποια κατεύθυνση στον χώρο είναι διανυσματικά.

Διανυσματικά φυσικά μεγέθη είναι τα φυσικά μεγέθη που περιγράφονται με το μέτρο, τη διεύθυνση και τη φορά τους.

Δηλαδή παριστάνουμε τα διανυσματικά φυσικά μεγέθη με ένα διάνυσμα-«βέλος», όπως τα διανύσματα των ταχυτήτων και των δυνάμεων στα προηγούμενα σχήματα.

Μέτρο ενός φυσικού μεγέθους είναι η αριθμητική του τιμή συνοδευόμενη από τη μονάδα μέτρησης.

Το μέτρο δείχνει πόσο μικρό ή μεγάλο είναι το μέγεθος και αποδίδεται με το μήκος του διανύσματος, π.χ. ταχύτητα $\upsilon_1 = 3 m/s$ ή ταχύτητα $\upsilon_2 = 300.000 km/s$, δύναμη $F_1 = 0,2 N$ ή δύναμη $F_2 = 2 \cdot 10^6 N$ κτλ.

Διεύθυνση είναι όλες οι παράλληλες μεταξύ τους ευθείες.

Η διεύθυνση δείχνει τον προσανατολισμό του διανύσματος στον χώρο, π.χ. διεύθυνση βορράς-νότος ή διεύθυνση ανατολή-δύση ή κατακόρυφη διεύθυνση κτλ. **Φορέας** είναι η συγκεκριμένη ευθεία πάνω στην οποία βρίσκεται το διάνυσμα του μεγέθους, δηλαδή μία ευθεία είναι φορέας μόνο όταν φέρει ένα διάνυσμα. Όπως κάθονται οι μαθητές στην αίθουσα του σχολείου, όλες οι σειρές είναι παράλληλες μεταξύ τους, δηλαδή βρίσκονται στην ίδια διεύθυνση, απλώς κάθε σειρά ανήκει σε διαφορετική ευθεία. Το ίδιο συμβαίνει και στην παρέλαση.

Φορά. Κάθε διεύθυνση χαρακτηρίζεται από δύο αντίθετες μεταξύ τους φορές.

Φορά είναι «η αιχμή του διανύσματος». Η κατακόρυφη διεύθυνση έχει δύο αντίθετες μεταξύ τους φορές, μία προς τα πάνω και μία προς τα κάτω.

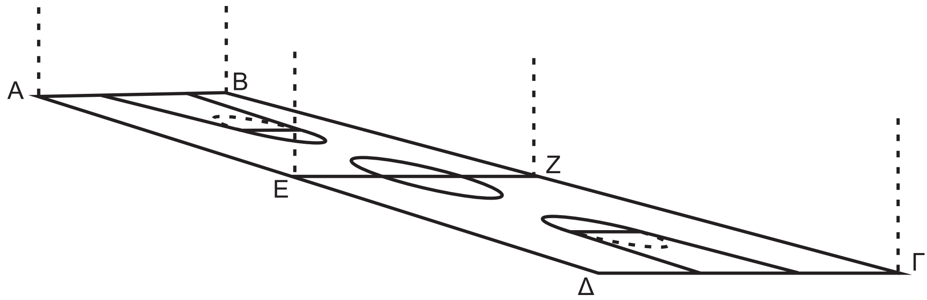
Η διεύθυνση και η φορά μαζί αποτελούν την **κατεύθυνση** (κατεύθυνση = διεύθυνση + φορά).

Παρατήρηση

Υπάρχουν άπειρες οριζόντιες διευθύνσεις (βορράς-νότος, βορειοανατολικά-νοτιοδυτικά κτλ.), αλλά μόνο μία κατακόρυφη διεύθυνση σε έναν τόπο. Η κατακόρυφη διεύθυνση και κάθε οριζόντια διεύθυνση που διέρχεται από το ίδιο σημείο είναι κάθετες μεταξύ τους.

Για παράδειγμα, αφήνουμε, όχι απαραίτητα συγχρόνως, τρία μικρά σώματα να πέσουν ελεύθερα μέσα στην τάξη από τρία τυχαία διαφορετικά σημεία. Θα κινηθούν όλα στην ίδια κατακόρυφη διεύθυνση. Οι κινήσεις τους γίνονται στην ίδια διεύθυνση, αλλά σε διαφορετικούς φορείς. Επίσης, αν κρατήσετε το ένα σας χέρι σε πρόταση και συγχρόνως το άλλο σας χέρι σε έκταση, θα είναι και τα δύο σας χέρια οριζόντια, αλλά και κάθετα μεταξύ τους.

Στο οριζόντιο γήπεδο μπάσκετ του σχήματος 3 οι διευθύνσεις ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΖ, ΒΕ, … είναι οριζόντιες. Οι διακεκομμένες ευθείες γραμμές είναι κατακόρυφες. Η κατακόρυφη στο Ε είναι κάθετη στις οριζόντιες διευθύνσεις ΑΔ, ΕΒ, ΕΖ, ΕΓ και γενικά σε οποιαδήποτε οριζόντια διεύθυνση διέρχεται από το σημείο Ε.



Σχήμα 3

Διανυσματικά φυσικά μεγέθη είναι η μετατόπιση $\Delta\vec{x}$, η ταχύτητα $\vec{\upsilon}$, η επιτάχυνση $\vec{\alpha}$, η δύναμη $\vec{F}$ και πολλά φυσικά μεγέθη ακόμη.

Σύγκριση διανυσματικών φυσικών μεγεθών

Για να είναι δύο ίδια διανυσματικά φυσικά μεγέθη ίσα μεταξύ τους, θα πρέπει να έχουν ίσα διανύσματα, δηλαδή ίσα μέτρα και ίδιες κατευθύνσεις.

Προσέξτε ότι δε συγκρίνουμε μεταξύ τους ανόμοια μεγέθη και δεν προσθέτουμε ή δεν αφαιρούμε μεταξύ τους ανόμοια μεγέθη. Μία δύναμη ποτέ δε συγκρίνεται ούτε προστίθεται με μία ταχύτητα.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 3

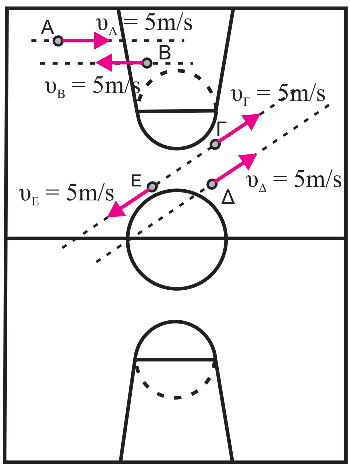
Στο σχήμα 4 βλέπουμε την κάτοψη του γηπέδου μπάσκετ στο οποίο προπονούνται πέντε παίκτες, οι Α, Β, Γ, Δ και Ε.

Όλοι οι παίκτες κινούνται με ταχύτητες ίδιου μέτρου: $\upsilon_A = \upsilon_B = \upsilon_\Gamma = \upsilon_\Delta = \upsilon_E = 5\text{m/s}$.

Μόνο οι παίκτες Γ και Δ έχουν ίσα μεταξύ τους διανύσματα ταχυτήτων, δηλαδή έχουν ίσες ταχύτητες: $\vec{\upsilon}_\Gamma = \vec{\upsilon}_\Delta$.

Οι παίκτες Α και Β και οι παίκτες Γ και Ε έχουν αντίθετες μεταξύ τους ταχύτητες:

$$\vec{\upsilon}_A \neq \vec{\upsilon}_B \quad \text{και} \quad \vec{\upsilon}_A = -\vec{\upsilon}_B$$
$$\vec{\upsilon}_\Gamma \neq \vec{\upsilon}_E \quad \text{και} \quad \vec{\upsilon}_\Gamma = -\vec{\upsilon}_E$$



Σχήμα 4

Επίσης, οι παίκτες Γ και Ε κινούνται στον ίδιο φορέα.

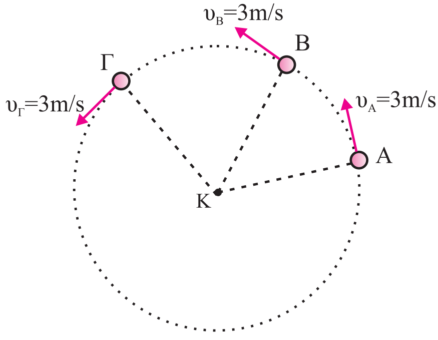
Εφαρμογη 4

Το σώμα του σχήματος 5 κινείται σε κυκλική διαδρομή. Βλέπουμε το σώμα σε τρεις διαφορετικές θέσεις Α, Β και Γ της τροχιάς του.

Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μένει σταθερό κατά τη διάρκεια της κίνησης:

$\upsilon_A = \upsilon_B = \upsilon_\Gamma = 3m/s$.

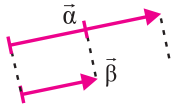
Το διάνυσμα της ταχύτητας του σώματος όμως αλλάζει. Η ταχύτητα αλλάζει, διότι αλλάζει η κατεύθυνσή της. Μόνο το μέτρο της ταχύτητας μένει σταθερό: $\vec{\upsilon}_A \neq \vec{\upsilon}_B \neq \vec{\upsilon}_\Gamma$.



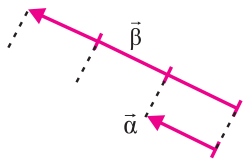
Σχήμα 5

Σχολιο

Όταν στα Μαθηματικά λέμε $\vec{\alpha} = 2 \cdot \vec{\beta}$ ή $\vec{\alpha} = \vec{\beta} \cdot 2$, τα μέτρα των διανυσμάτων α και β έχουν μεταξύ τους τη σχέση που φαίνεται στο σχήμα 6. Όταν λέμε $\vec{\alpha} = \frac{\vec{\beta}}{3}$ ή $\vec{\alpha} = \frac{1}{3} \cdot \vec{\beta}$ ή $\vec{\alpha} = \vec{\beta} \cdot \frac{1}{3}$, τα μέτρα των διανυσμάτων έχουν μεταξύ τους τη σχέση που φαίνεται στο σχήμα 7.



Σχήμα 6



Σχήμα 7

Για τη Φυσική όμως, αυτό που κυρίως πρέπει να προσέξουμε στα δύο παραπάνω παραδείγματα είναι ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ έχουν την ίδια κατεύθυνση.

Έτσι λοιπόν, όταν αντίστοιχα στη Φυσική λέμε $\vec{\upsilon} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$ ή $\vec{\upsilon} = \frac{1}{\Delta t} \cdot \Delta\vec{x}$ ή $\Delta\vec{x} = \vec{\upsilon} \cdot \Delta t$, εννοούμε βεβαίως ότι το μέτρο της ταχύτητας υ και το μέτρο της μετατόπισης Δx συνδέονται με τη συγκεκριμένη σχέση, επιπλέον όμως εννοούμε ότι το διάνυσμα της ταχύτητας $\vec{\upsilon}$ και το διάνυσμα της μετατόπισης $\Delta\vec{x}$ έχουν ίδιες κατευθύνσεις. Ομοίως το διάνυσμα της ολικής δύναμης $\vec{F}_{ολ}$ και το διάνυσμα της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ ενός σώματος έχουν ίδιες κατευθύνσεις: $\vec{F}_{ολ} = m\vec{\alpha}$ ή $\vec{\alpha} = \frac{\vec{F}_{ολ}}{m}$.

5 Μεταβολή Φυσικού Μεγέθους – Χρονική Στιγμή και Χρονικό Διάστημα – Ρυθμός Μεταβολής

Τα φυσικά φαινόμενα συνδέονται άμεσα με τις αλλαγές που παρατηρούνται κατά την εξέλιξή τους σε κάποια από τα φυσικά μεγέθη με τα οποία τα περιγράφουμε. Λέμε ότι αυτά τα φυσικά μεγέθη μεταβάλλονται.

Η μεταβολή Δμ ενός φυσικού μεγέθους μ είναι ίση με τη διαφορά μεταξύ της τελικής και της αρχικής τιμής του μεγέθους:

$$\Delta\mu = \mu_{τελ} - \mu_{αρχ}$$

Γενικότερα, είναι η διαφορά μεταξύ μίας επόμενης και μίας προηγούμενης τιμής του φυσικού μεγέθους. Για παράδειγμα, ο όγκος ενός μπαλονιού είναι $V_{αρχ} = 2L$ ή $V_1 = 2L$ και γίνεται $V_{τελ} = 5L$ ή $V_2 = 5L$. Η μεταβολή του όγκου του μπαλονιού θα είναι $\Delta V = V_{τελ} - V_{αρχ}$, δηλαδή $\Delta V = 5L - 2L$, άρα $\Delta V = 3L$ (ή $\Delta V = V_2 - V_1$, δηλαδή $\Delta V = 5L - 2L$, άρα $\Delta V = 3L$).

Η μεταβολή ενός φυσικού μεγέθους έχει τις μονάδες μέτρησης του μεγέθους (στο προηγούμενο παράδειγμα ο όγκος V ήταν σε L, οπότε και η μεταβολή του όγκου ΔV εκφράστηκε σε L). Όταν το φυσικό μέγεθος μένει σταθερό, η μεταβολή του είναι μηδενική και το αντίστροφο.

Σχόλιο

Ο συμβολισμός ΔV δε σημαίνει το γινόμενο του Δ επί το V, αλλά τη μεταβολή του όγκου. Στην καθημερινή ζωή χρησιμοποιούμε με τον ίδιο ακριβώς τρόπο την έννοια της μεταβολής, όμως δεν τη συμβολίζουμε με το γράμμα Δ. Λέμε, για παράδειγμα, είχα 20 ευρώ και έχω 35 ευρώ, άρα η μεταβολή είναι 35€ – 20€ = 15€.

Μεταβολή μονόμετρου και μεταβολή διανυσματικού φυσικού μεγέθους

Η μεταβολή ενός μονόμετρου φυσικού μεγέθους είναι επίσης μονόμετρο μέγεθος και το πρόσημο της μεταβολής δείχνει αύξηση του μεγέθους όταν είναι θετικό ή ελάττωση όταν είναι αρνητικό.

Η μεταβολή ενός διανυσματικού φυσικού μεγέθους είναι επίσης διανυσματικό μέγεθος. Σε αυτή την περίπτωση, και όταν τα διανύσματα είναι συγγραμμικά, το πρόσημο της μεταβολής δείχνει την κατεύθυνση του διανύσματος.

Παρατήρηση

Συγγραμμικά είναι τα διανύσματα που έχουν την ίδια διεύθυνση. Σε πρώτη φάση θα ασχοληθούμε κυρίως με συγγραμμικά διανυσματικά φυσικά μεγέθη.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 5

Επιστρέψατε από τις καλοκαιρινές διακοπές και η μεταβολή του ύψους ενός συμμαθητή σας ήταν $\Delta h = +2cm$, ενώ η μεταβολή της μάζας μιας συμμαθήτριάς σας ήταν $\Delta m = -3kg$. Δηλαδή ο συμμαθητής σας ψήλωσε 2cm, ενώ η συμμαθήτριά σας αδυνάτισε 3kg.

Ας πούμε ότι ο συμμαθητής σας είχε ύψος $h_1 = 1,65m = 165cm$ και το ύψος του έγινε $h_2 = 1,67m = 167cm$. Έτσι, $\Delta h = h_{τελ} - h_{αρχ} \Rightarrow \Delta h = h_2 - h_1 \Rightarrow$
$\Delta h = 167cm - 165cm$, άρα $\Delta h = +2cm$ ή απλώς $\Delta h = 2cm$.

Ας πούμε επίσης ότι η συμμαθήτριά σας είχε μάζα $m_1 = 59kg$ και η μάζα της έγινε $m_2 = 56kg$. Έτσι, $\Delta m = m_{τελ} - m_{αρχ} \Rightarrow \Delta m = m_2 - m_1 \Rightarrow \Delta m = 56kg - 59kg$, άρα $\Delta m = -3kg$.

✓ Χρονική στιγμή και χρονικό διάστημα

Ο χρόνος είναι θεμελιώδες φυσικό μέγεθος, δηλαδή δεν προκύπτει από άλλα απλούστερα μεγέθη. Τον αντιλαμβανόμαστε με τις αισθήσεις μας και τη λογική μας, χωρίς όμως να μπορούμε να τον ορίσουμε.

Μία **χρονική στιγμή t** προσδιορίζεται από σύγχρονα με τη στιγμή φαινόμενα και έχει μηδενική διάρκεια.

Ας δούμε μερικά παραδείγματα.

Τη χρονική στιγμή που το χρονόμετρο δείχνει $t_{αρχ} = 0$ (ή $t_0 = 0$) δίνεται η εκκίνηση ενός αγώνα εκατό μέτρων και τη στιγμή που το χρονόμετρο δείχνει $t_{τελ} = 9{,}97s$ (ή $t = 9{,}97s$) τερματίζει ο πρώτος δρομέας. Το πρωί, τη στιγμή που το ρολόι δείχνει ακριβώς 08:15:00 (οκτώ και τέταρτο), αρχίζει να χτυπά το κουδούνι του σχολείου και σταματάει να χτυπά τη στιγμή που το ρολόι δείχνει ακριβώς 08:15:05.

Μία χρονική στιγμή t (π.χ. $t_{αρχ} = 0$ ή $t_{αρχ} = 08:15:00$ ή $t_{τελ} = 9{,}97s$) προσδιορίζεται από τη σύμπτωσή της με την ένδειξη του χρονομέτρου. Είναι η στιγμή που το ρολόι δείχνει αυτόν τον χρόνο και η διάρκειά της είναι μηδενική.

Σχολιο

Μία χρονική στιγμή t είναι μία «φωτογραφία». Σκεφτείτε πόση διάρκεια της ζωής σας αποτυπώνεται σε μία φωτογραφία.

Χρονικό διάστημα Δt (ή χρονική διάρκεια) ονομάζεται ο χρόνος που περνά ανάμεσα σε δύο χρονικές στιγμές και είναι ίσο με τη μεταβολή του χρόνου, δηλαδή:

$$\boldsymbol{\Delta t = t_{τελ} - t_{αρχ}} \quad ή \quad \Delta t = t_2 - t_1 \quad ή \quad \Delta t = t - t_0 \quad ή \quad \ldots$$

Ας επιστρέψουμε τώρα στα προηγούμενα παραδείγματα. Το κουδούνι του σχολείου άρχισε να χτυπά τη χρονική στιγμή $t_1 = 08:15:00$ και σταμάτησε τη στιγμή $t_2 = 08:15:05$. Δηλαδή το κουδούνι χτύπησε για χρονικό διάστημα $\Delta t = t_2 - t_1$, άρα $\Delta t = 5s$.

Κάθε χρονικό διάστημα έχει μία μεγαλύτερη ή μικρότερη χρονική διάρκεια και περιέχει άπειρες χρονικές στιγμές. Οι χρονικές στιγμές και τα χρονικά διαστήματα, όπως και ο χρόνος, είναι μονόμετρα φυσικά μεγέθη.

Σχολιο

Αν μία χρονική στιγμή είναι μία «φωτογραφία», τότε το χρονικό διάστημα είναι ένα «βίντεο».

✓ Ρυθμός μεταβολής φυσικού μεγέθους

Ρυθμός μεταβολής ενός φυσικού μεγέθους μ ονομάζεται το πηλίκο της μεταβολής του Δμ προς το αντίστοιχο χρονικό διάστημα Δt.

$$\text{Ρυθμός μεταβολής του μ: } \frac{\Delta\mu}{\Delta t}$$

Ο ρυθμός μεταβολής ενός μονόμετρου φυσικού μεγέθους είναι ένα άλλο μονόμετρο μέγεθος, ενώ ο ρυθμός μεταβολής ενός διανυσματικού φυσικού μεγέθους είναι ένα άλλο διανυσματικό μέγεθος.

Παρατήρηση

Υπάρχουν ρυθμοί μεταβολής και ως προς άλλα, εκτός του χρόνου, φυσικά μεγέθη, για παράδειγμα η μεταβολή της ατμοσφαιρικής πίεσης ως προς το υψόμετρο. Τέτοιοι ρυθμοί μεταβολής δε θα μας απασχολήσουν.

Εφαρμογη 6

Επιστρέψατε από τις καλοκαιρινές διακοπές και η μεταβολή της μάζας μιας συμμαθήτριάς σας ήταν $\Delta m = -3\text{kg}$. Δηλαδή η μεταβολή της μάζας έγινε μέσα σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 3$ μήνες, που κράτησαν οι καλοκαιρινές διακοπές.
Επομένως ο ρυθμός μεταβολής της μάζας της συμμαθήτριάς σας ήταν:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{-3\text{kg}}{3\text{ μήνες}}, \text{ άρα } \frac{\Delta m}{\Delta t} = -\frac{3}{3}\frac{\text{kg}}{\text{μήνα}}, \text{ δηλαδή } \frac{\Delta m}{\Delta t} = -1\text{kg / μήνα}$$

Ερωτησεις

Ε.1. Να χαρακτηρίσετε τα παρακάτω φυσικά μεγέθη ως θεμελιώδη (Θ) ή παράγωγα (Π) και να γράψετε για καθένα από αυτά τη μονάδα μέτρησής του στο S.I.

α) μάζα **β)** πυκνότητα **γ)** μήκος **δ)** χρόνος

Ε.2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με τη λέξη Σωστό (Σ), αν η πρόταση είναι σωστή, ή με τη λέξη Λάθος (Λ), αν είναι λανθασμένη.

α) Στο S.I. η μονάδα μέτρησης της μάζας είναι το 1kg.

β) Η μάζα ενός σώματος είναι ίδια, είτε μετρηθεί σε kg είτε μετρηθεί σε g.

γ) Η αριθμητική τιμή της μάζας ενός σώματος είναι ίδια, είτε μετρηθεί σε kg είτε μετρηθεί σε g.

δ) Όσο μικρότερη είναι η μάζα ενός σώματος, τόσο ευκολότερα μπορούμε να το σταματήσουμε όταν κινείται.

Ε.3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με τη λέξη Σωστό (Σ), αν η πρόταση είναι σωστή, ή με τη λέξη Λάθος (Λ), αν είναι λανθασμένη.

α) Ο όγκος $1m^3$ σιδήρου είναι ίσος με τον όγκο $1m^3$ νερού.

β) Η μάζα $1m^3$ σιδήρου είναι ίση με τη μάζα $1m^3$ νερού.

γ) Η μάζα 100kg σιδήρου είναι ίση με τη μάζα 100kg νερού.

δ) Η πυκνότητα $1m^3$ σιδήρου είναι ίση με την πυκνότητα $1m^3$ νερού.

ε) Η πυκνότητα $1m^3$ νερού είναι ίση με την πυκνότητα $100m^3$ νερού.

Ε.4. Το μήκος ενός κοινού μολυβιού μπορεί να είναι περίπου:

α) 15km **β)** 15m **γ)** 15cm **δ)** 15mm

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Ε.5. Το ύψος της αίθουσάς μας μπορεί να είναι περίπου:

α) 4km **β)** 4m **γ)** 4cm **δ)** 4mm

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Ε.6. Το πλάτος ενός κοινού δρόμου, από το ένα πεζοδρόμιο μέχρι το απέναντι, μπορεί να είναι περίπου:

α) $1,2 \cdot 10^{-2}$ km **β)** $1,2 \cdot 10^{2}$ m **γ)** $1,2 \cdot 10^{2}$ cm **δ)** $1,2 \cdot 10^{2}$ mm

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Ε.7. Το ύψος ενός μαθητή της Α΄ Λυκείου μπορεί να είναι περίπου:

α) $1,7 \cdot 10^{5}$ mm **β)** $1,6 \cdot 10^{2}$ cm **γ)** 0,016km **δ)** $1,7m^2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Ε.8. Ποιο από τα παρακάτω μήκη είναι μικρότερο;

α) 0,02km **β)** 200cm **γ)** 0,2m **δ)** 2.000mm

Ε.9. Το εμβαδόν της επιφάνειας της σελίδας ενός συνηθισμένου βιβλίου μπορεί να είναι περίπου:

α) $500m^2$ **β)** $500cm^2$ **γ)** $25cm^2$ **δ)** $500mm^2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Ε.10. Ο όγκος ενός κυβικού κουτιού με μήκος πλευράς έδρας (ακμή) 5cm είναι:

α) $125m^3$ **β)** $125cm^3$ **γ)** $125cm$ **δ)** $5cm^3$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Ε.11. Ποιες από τις παρακάτω μπορεί να είναι μονάδες μέτρησης όγκου;

α) $1km^3$ **β)** $1kg^3$ **γ)** $1mm^3$ **δ)** $1mL^3$

Ε.12. Ποια από τις παρακάτω δεν είναι μονάδα μέτρησης της πυκνότητας;

α) $1\frac{g}{cm^3}$ **β)** $1\frac{kg}{L}$ **γ)** $1\frac{kg}{m^3}$ **δ)** $1\frac{g}{cm^2}$

Ε.13. Η πυκνότητα ενός σώματος εξαρτάται:

α) από τη μάζα του σώματος

β) από τον όγκο του σώματος

γ) από τη δομή της ύλης του σώματος

δ) από όλα τα προηγούμενα

Ε.14. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

Μάζα (σε g)	**Όγκος $\left(\text{σε } cm^3\right)$**	**Πυκνότητα $\left(\text{σε } g/cm^3\right)$**
8	8	
90		4,5
	250	0,6

Ε.15. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

Φυσικό μέγεθος	**Μονάδα μέτρησης στο S.I.**	**Σύμβολο μονάδας**
	1 μέτρο	
μάζα		
		1s
	1 τετραγωνικό μέτρο	
όγκος		

E.16. Ποιες από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστές;

α) $3km = 30.000dm$ **β)** $50mm = 5cm$ **γ)** $2m^2 = 200cm^2$

δ) $1mL = 1cm^3$ **ε)** $4m^3 = 4.000L$ **στ)** $3h = 9.000s$

E.17. Από τις μονάδες που ακολουθούν, μονάδα μέτρησης του S.I. είναι το:

α) 1cm **β)** 1g **γ)** 1s **δ)** 1km

E.18. Δίνονται τρία χρονικά διαστήματα: **α)** $t_1 = 2.000s$, **β)** $t_2 = 28min$ και **γ)** $t_3 = 0,5h$. Να τα βάλετε σε σειρά από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο χρονικό διάστημα.

E.19. Ο αρχικός όγκος ενός φουσκωμένου μπαλονιού είναι $V_{αρχ} = 8L$. Ψύχουμε το μπαλόνι και ο όγκος του γίνεται $V_{τελ} = 5L$. Η μεταβολή του όγκου του μπαλονιού είναι:

α) 5L **β)** –3L **γ)** 3L **δ)** –13L

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

E.20. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με τη λέξη Σωστό (Σ), αν η πρόταση είναι σωστή, ή με τη λέξη Λάθος (Λ), αν είναι λανθασμένη.

α) Τα μεγέθη που χρησιμοποιούμε στην καθημερινή μας ζωή (π.χ. 5 ευρώ, 2 τυρόπιτες κτλ.) είναι συνήθως μονόμετρα.

β) Σε κάθε διεύθυνση υπάρχουν δύο αντίθετες μεταξύ τους φορές.

γ) Σε έναν τόπο υπάρχουν άπειρες, διαφορετικές μεταξύ τους κατακόρυφες διευθύνσεις.

δ) Σε έναν τόπο υπάρχουν άπειρες, διαφορετικές μεταξύ τους οριζόντιες διευθύνσεις.

ε) Είναι αδύνατον να έχουμε δύο οριζόντιες διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους.

στ) Μία οριζόντια διεύθυνση είναι οπωσδήποτε κάθετη στην κατακόρυφη διεύθυνση του ίδιου τόπου.

E.21. Ποια από τα παρακάτω μεγέθη-φαινόμενα είναι διανυσματικά;

α) Το ύψος ενός κτιρίου είναι 30m.

β) Ένα πουλί πετάει από την ανατολή προς τη δύση.

γ) Έχω στην τσέπη μου 5€.

δ) Φυσάει άνεμος βορειοδυτικός.

ε) Το ρεκόρ ενός αθλητή του μήκους είναι 8,31m.

Ε.22. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με τη λέξη Σωστό (Σ), αν η πρόταση είναι σωστή, ή με τη λέξη Λάθος (Λ), αν είναι λανθασμένη.

α) Αν η μεταβολή ενός μονόμετρου μεγέθους είναι θετική, σημαίνει ότι το μέγεθος αυξάνεται.

β) Αν η μεταβολή ενός διανυσματικού μεγέθους είναι αρνητική, σημαίνει ότι το μέτρο του μεγέθους ελαττώνεται.

γ) Χρονικό διάστημα είναι ο χρόνος ανάμεσα σε δύο χρονικές στιγμές.

δ) Σε κάθε χρονικό διάστημα περιέχονται δύο χρονικές στιγμές: η στιγμή της έναρξης και η στιγμή της λήξης του χρονικού διαστήματος.

ε) Ο ρυθμός μεταβολής ενός μονόμετρου φυσικού μεγέθους είναι διανυσματικό μέγεθος και ο ρυθμός μεταβολής ενός διανυσματικού είναι μονόμετρο μέγεθος.

Ε.23. Να περιγράψετε έναν τρόπο με τον οποίο μπορείτε να συγκρίνετε το μήκος της αίθουσας του τμήματός σας με το μήκος μιας άλλης αίθουσας του σχολείου σας χωρίς να έχετε μετροταινία.

Ε.24. Πώς μπορούμε να μετρήσουμε τον όγκο ενός στερεού με ακανόνιστο σχήμα, π.χ. μιας πέτρας;

Ε.25. Να περιγράψετε έναν τρόπο μέτρησης του πάχους ενός φύλλου του βιβλίου της Φυσικής σας.

Ε.26. Δύο ομογενείς χάλκινες σφαίρες έχουν μάζες $m_1 = 1kg$ και $m_2 = 2kg$ αντίστοιχα. Ποια από τις δύο έχει μεγαλύτερη πυκνότητα, ποια έχει μεγαλύτερο όγκο και γιατί;

Ε.27. Να συγκρίνετε μεταξύ τους τις μάζες ενός λίτρου νερού και ενός λίτρου αέρα, αιτιολογώντας την απάντησή σας.

Ε.28. Μια ομογενής σιδερένια σφαίρα θερμαίνεται, με αποτέλεσμα να διαστέλλεται (δηλαδή να αυξάνεται ο όγκος της). Με ποιον τρόπο μεταβάλλεται η πυκνότητα της σφαίρας κατά τη θέρμανση αυτή και γιατί;

Ε.29. Στον ένα δίσκο ζυγού ισορροπίας τοποθετούμε ένα μήλο και στον άλλο δίσκο ένα αχλάδι. Ο ζυγός ισορροπεί, επομένως:

α) η μάζα του μήλου είναι ίση με τη μάζα του αχλαδιού

β) ο όγκος του μήλου είναι ίσος με τον όγκο του αχλαδιού

γ) η πυκνότητα του μήλου είναι ίση με την πυκνότητα του αχλαδιού

δ) όλα τα προηγούμενα φυσικά μεγέθη είναι αντίστοιχα ίσα μεταξύ τους

Ε.30. Στον ένα δίσκο ζυγού ισορροπίας τοποθετούμε τρεις όμοιους ομογενείς κύβους από το μέταλλο Α, με μήκος πλευράς έδρας (ακμή) 2cm, και στον άλλο δίσκο τοποθετούμε δύο όμοιους ομογενείς κύβους από το μέταλλο Β, με μήκος πλευράς έδρας (ακμή) 3cm. Ο ζυγός ισορροπεί, επομένως το πηλίκο της πυκνότητας του μετάλλου Α προς την πυκνότητα του μετάλλου Β είναι:

α) $\frac{2}{3}$ **β)** 1 **γ)** $\frac{3}{2}$ **δ)** $\frac{9}{4}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Ε.31. Να μετατρέψετε τα επόμενα μήκη σε m (μέτρα).

α) 250cm **β)** 400mm **γ)** 3,5km **δ)** $6 \cdot 10^{-2}$ cm **ε)** $3 \cdot 10^{3}$ mm

Ε.32. Ένα τραπέζι σχήματος ορθογώνιου παραλληλογράμμου έχει μήκος $\alpha = 2$m και πλάτος $\beta = 80$cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραπεζιού: **α)** σε m^2, **β)** σε cm^2.

Ε.33. Μια πισίνα έχει βάθος 2m, πλάτος 5m και μήκος 9m.

α) Πόσες τετράγωνες πλάκες πλευράς 50cm χρειαζόμαστε για να στρώσουμε τα πλευρικά τοιχώματα και τον πυθμένα της πισίνας; Το πάχος των πλακών θεωρείται αμελητέο.

β) Πόσα μπουκάλια νερό 1,5L χρειαζόμαστε για να γεμίσουμε την αρχικά άδεια πισίνα;

Ε.34. Ένα δωμάτιο έχει μήκος 4m, πλάτος 3m και ύψος 3m.

α) Να υπολογίσετε τον όγκο του δωματίου.

β) Αν δίνεται ότι η πυκνότητα του αέρα είναι $1{,}3\text{kg}/\text{m}^3$, να υπολογίσετε τη μάζα του αέρα στο δωμάτιο.

Ε.35. Μια πέτρα έχει μάζα 56g και όγκο $14cm^3$. Να υπολογίσετε:

α) την πυκνότητά της,

β) τον όγκο μιας δεύτερης πέτρας από το ίδιο υλικό, με μάζα 1,2kg.

Ε.36. Έχουμε έναν μεταλλικό κύβο με ακμή (μήκος πλευράς έδρας) 2cm και μάζα 48g, καθώς και μία ράβδο μάζας 0,9kg από το ίδιο μέταλλο. Να υπολογίσετε:

α) τον όγκο του κύβου,

β) την πυκνότητα του μετάλλου,

γ) τον όγκο της μεταλλικής ράβδου.

Ε.37. Να μετατρέψετε τις παρακάτω μονάδες σε μονάδες του S.I.

α) 160cm	**β)** 2,5km	**γ)** 50mm
δ) 0,5h	**ε)** 1,5min	**στ)** 300g
ζ) $5.000cm^2$	**η)** 10L	**θ)** $5g / cm^3$

Ε.38. Ένα αρχικά φουσκωμένο μπαλόνι έχει μάζα 1,4g και όγκο $1.200cm^3$. Συνεχίζουμε να φουσκώνουμε το μπαλόνι για χρόνο 15s. Η μάζα του μπαλονιού γίνεται 3,5g και ο όγκος του $3.000cm^3$ μέσα στον χρόνο αυτό. Να υπολογίσετε:

α) τη μεταβολή της μάζας του μπαλονιού,

β) τη μεταβολή του όγκου του μπαλονιού,

γ) τον ρυθμό μεταβολής του όγκου του μπαλονιού.

Ε.39. Ένα φουσκωμένο μπαλόνι περιέχει αέριο και ο όγκος του είναι 0,9L. Το ψύχουμε και ο όγκος του γίνεται 0,6L. Να υπολογίσετε:

α) τη μεταβολή του όγκου του μπαλονιού,

β) τη μεταβολή της πυκνότητας του αερίου στο μπαλόνι, αν η μάζα του αερίου στο μπαλόνι είναι 0,9g.

Ε.40. Ένα φουσκωμένο μπαλόνι έχει όγκο 2L και περιέχει αέρα μάζας 2,4g. Αρχίζουμε να το θερμαίνουμε, ενώ συγχρόνως αφήνουμε να φύγουν από το μπαλόνι 0,6g αέρα. Τελικά ο όγκος του αυξάνεται κατά $400cm^3$. Να υπολογίσετε:

α) τη μεταβολή της μάζας και την τελική μάζα του αέρα στο μπαλόνι,

β) τον τελικό όγκο του μπαλονιού,

γ) τη μεταβολή στην πυκνότητα του αέρα που περιέχεται στο μπαλόνι,

δ) τους ρυθμούς μεταβολής της μάζας, του όγκου και της πυκνότητας, αν η παραπάνω διαδικασία έγινε σε δύο λεπτά (2min).

Ε.41. Σε ένα κυβικό δοχείο με ακμή (μήκος πλευράς έδρας) 10cm και πολύ λεπτά τοιχώματα βάζουμε νερό μέχρι το ύψος του στο δοχείο να γίνει 9cm.

α) Να υπολογίσετε τον όγκο του νερού στο δοχείο.

β) Βάζουμε το δοχείο σε κατάψυξη για αρκετό χρόνο και το νερό γίνεται πάγος που καταλαμβάνει ακριβώς το δοχείο. Θεωρώντας ότι το δοχείο δεν παραμορφώνεται, να υπολογίσετε τη μεταβολή του όγκου του νερού κατά τη μετάβασή του από την υγρή στη στερεή κατάσταση.

γ) Αν η πυκνότητα του νερού αρχικά είναι $1g / cm^3$, να υπολογίσετε την πυκνότητα του πάγου και τη μεταβολή στην πυκνότητα του νερού κατά τη μετάβασή του από την υγρή στη στερεή κατάσταση.

Αξιολογηση – Ωριαια γραπτη εξεταση

Θεμα 1ο

Στις παρακάτω ερωτήσεις (1) και (2) να απαντήσετε με το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Το μήκος ενός συνηθισμένου μολυβιού μπορεί να είναι περίπου:

α) $1,5\cdot10^{-2}\,\mathrm{km}$ **β)** $1,5\cdot10^{-2}\,\mathrm{m}$ **γ)** $1,5\cdot10^{2}\,\mathrm{cm}$ **δ)** $1,5\cdot10^{2}\,\mathrm{mm}$

(2 μονάδες)

2. Ποια από τις παρακάτω είναι μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής του όγκου;

α) $1\dfrac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$ **β)** $1\dfrac{\mathrm{cm}^3}{\mathrm{s}}$ **γ)** $1\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$ **δ)** $1\dfrac{\mathrm{mL}}{\mathrm{g}}$

(2 μονάδες)

3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με τη λέξη Σωστό (Σ), αν η πρόταση είναι σωστή, ή με τη λέξη Λάθος (Λ), αν είναι λανθασμένη.

α) Η μονάδα μέτρησης της μάζας στο S.I. είναι το 1m.

β) Δύο διανυσματικά φυσικά μεγέθη είναι δυνατόν να έχουν την ίδια διεύθυνση, αλλά να μην έχουν την ίδια κατεύθυνση.

γ) Όταν ένα φυσικό μέγεθος μένει σταθερό, η μεταβολή του είναι μηδενική.

δ) Κάθε χρονικό διάστημα έχει μία μικρότερη ή μεγαλύτερη χρονική διάρκεια, ενώ η χρονική διάρκεια κάθε χρονικής στιγμής θεωρείται μηδενική.

(2 μονάδες)

Θεμα 2ο

1. Να μετατρέψετε τις παρακάτω μονάδες μέτρησης φυσικών μεγεθών στο S.I.

α) 200g **β)** 5min **γ)** 70cm **δ)** 40mm

(2 μονάδες)

2. Ποια είναι η μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής της πυκνότητας ενός σώματος στο S.I.; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(1+1 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3ο

Έχουμε έναν μεταλλικό ομογενή κύβο με μήκος πλευράς έδρας (ακμή) 3cm και μάζα 135g, καθώς και μία ράβδο μάζας 0,6kg από το ίδιο μέταλλο.

α) Να υπολογίσετε:

i) τον όγκο του κύβου, **ii)** την πυκνότητα του μετάλλου, **iii)** τον όγκο της μεταλλικής ράβδου.

(6 μονάδες)

β) Θερμαίνουμε τη μεταλλική ράβδο για 2min (λεπτά) και ο όγκος της αυξάνεται κατά $30cm^3$. Να υπολογίσετε:

i) τον ρυθμό μεταβολής του όγκου της ράβδου, **ii)** τη μεταβολή της πυκνότητάς της.

(4 μονάδες)

Κεφαλαιο 1

Κινητικη – Ευθυγραμμη Κινηση

Μερος Α΄

Θεωρια – Εφαρμογες

1.1 Υλη και Κινηση

Η κινητική είναι το κομμάτι της Φυσικής που περιγράφει τις κινήσεις των σωμάτων, χωρίς όμως να εξετάζει τις αιτίες που καθορίζουν τις κινήσεις αυτές. Τα σώματα αντιμετωπίζονται ως **υλικά σημεία**, δηλαδή έχουν μάζα, αλλά δεν έχουν διαστάσεις. Ένα παιδί ή ένα αυτοκίνητο που κινείται θα θεωρείται ως κινούμενο σημείο. Όταν δε μας απασχολεί η μάζα των σωμάτων, μπορούμε να τα θεωρούμε και ως σημειακά αντικείμενα.

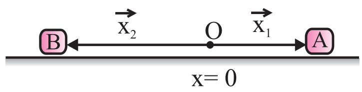
Αρχικά περιγράφουμε ευθύγραμμες κινήσεις. Τα σώματα που κινούνται ή ηρεμούν βρίσκονται επάνω στην ίδια ευθεία. Από τις άπειρες διαφορετικές διευθύνσεις που υπάρχουν θα μας απασχολεί μία! Δηλαδή όλα τα διανυσματικά φυσικά μεγέθη που περιγράφουν την κίνηση των σωμάτων θα έχουν τη διεύθυνση αυτής της ευθείας και οι φορές τους θα είναι προς τη θετική ή την αρνητική κατεύθυνση που εμείς θα καθορίσουμε. Η ευθεία αυτή ονομάζεται **άξονας** (π.χ. άξονας $x'x$).

1.2 Θεση ή Απομακρυνση

Ο προσδιορισμός της θέσης των σωμάτων γίνεται σε σχέση με ένα σημείο του άξονα που ονομάζεται **σημείο αναφοράς**. Ως σημείο αναφοράς επιλέγουμε αυθαίρετα όποιο σημείο του άξονα θέλουμε, συνήθως όμως επιλέγουμε ένα «βολικό» σημείο, ώστε να μας οδηγήσει σε απλούστερους μαθηματικούς υπολογισμούς.

Σκεφτείτε, για παράδειγμα, αυτοκίνητα που βρίσκονται στην ευθύγραμμη οδό Νεϊγύ της Αθήνας. Άξονας είναι η οδός Νεϊγύ. Ένα «βολικό» σημείο αναφοράς για τον προσδιορισμό της θέσης των αυτοκινήτων μπορεί να είναι η κεντρική είσοδος της Λεοντείου Σχολής Αθηνών. Είναι φανερό ότι η επιλογή αυτή δεν είναι η μοναδική.

Τα σώματα Α και Β του σχήματος 1 των οποίων θέλουμε να προσδιορίσουμε τη θέση βρίσκονται επάνω σε μια ευθεία που την ονομάζουμε άξονα x′x. Ένα σημείο της ευθείας θεωρείται σημείο αναφοράς ή αρχή του άξονα και το σημείο αυτό ορίζεται να έχει $x = 0$.



Σχήμα 1

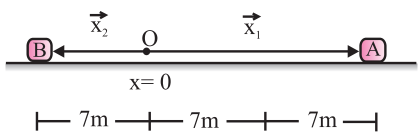
Θέση ή απομάκρυνση $\vec{x}$ ενός σώματος ονομάζεται το διάνυσμα που αρχίζει από το σημείο αναφοράς και τελειώνει στη θέση του σώματος.

Είναι φανερό ότι η θέση είναι διανυσματικό φυσικό μέγεθος. Στο σχήμα 1 η θέση του σώματος Α προσδιορίζεται από το διάνυσμα $\vec{x}_1 = \overrightarrow{OA}$, ενώ η θέση του σώματος Β προσδιορίζεται από το διάνυσμα $\vec{x}_2 = \overrightarrow{OB}$. Η θέση δείχνει το σημείο στο οποίο βρίσκεται ένα σώμα κάθε χρονική στιγμή.

Η μονάδα μέτρησης του μέτρου της θέσης ή απομάκρυνσης στο S.I. είναι το 1m.

Εφαρμογη 1

Στο σχήμα 2 βλέπουμε το σώμα Α να βρίσκεται σε απόσταση 14m από το σημείο αναφοράς $x = 0$, ενώ το σώμα Β σε απόσταση 7m. Η απόσταση από το σημείο αναφοράς δεν είναι αρκετή για τον καθορισμό της θέσης ενός σώματος. Το μέτρο μόνο δεν είναι αρκετό. Χρειαζόμαστε και την κατεύθυνση.



Σχήμα 2

Συνήθως συμφωνούμε να προσδιορίζουμε την κατεύθυνση προς τα δεξιά με θετικό πρόσημο, ενώ την κατεύθυνση προς τα αριστερά με αρνητικό. Έτσι, για τον ακριβή προσδιορισμό των θέσεων των σωμάτων του σχήματος 2 έχουμε:

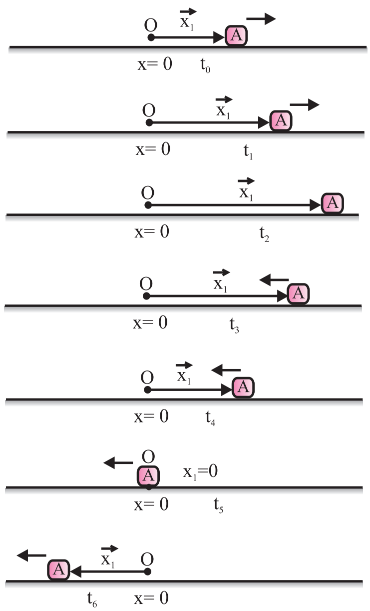
$$x_1 = +14\text{m (ή απλά } x_1 = 14\text{m) και } x_2 = -7\text{m}$$

✓ Κίνηση, η αλλαγή της θέσης

Συχνά οι θέσεις των περισσότερων σωμάτων γύρω μας αλλάζουν με τον χρόνο. **Όταν η θέση ενός σώματος αλλάζει με τον χρόνο, λέμε ότι το σώμα κινείται**.

Καθώς το σώμα κινείται, η απομάκρυνσή του αλλάζει. (Μεγαλώνει ή μικραίνει, πηγαίνει προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά, περίπου όπως ξετυλίγεται ή τυλίγεται το λουρί που ακολουθεί την κίνηση ενός μικρού σκύλου.) Στο σχήμα 3 παρακολουθούμε τις διαφορετικές θέσεις του σώματος Α σε αντίστοιχες διαφορετικές χρονικές στιγμές. Το σώμα Α αλλάζει θέσεις, κινείται.

Το διάνυσμα της θέσης αρχίζει πάντα απ' το σημείο αναφοράς (θέση $x = 0$) και τελειώνει επίσης πάντα εκεί όπου βρίσκεται το σώμα.



Σχήμα 3

Η κίνηση είναι σχετική

Ένας άνθρωπος που ταξιδεύει με το τρένο κινείται ως προς τη γη (ως προς το έδαφος). Για κάποιο συνεπιβάτη του όμως μένει ακίνητος. Καθώς διαβάζεις αυτές τις λέξεις, μάλλον κάθεσαι ακίνητος. Ξέρεις όμως ότι γυρίζεις μαζί με τη Γη γύρω απ' τον Ήλιο. Ένα σώμα λέμε ότι κινείται όταν αλλάζει η θέση του, η οποία όμως προσδιορίζεται σε σχέση με ένα σημείο αναφοράς που αυθαίρετα θεωρούμε ακίνητο.

Η κίνηση των σωμάτων είναι πάντα **σχετική**, διότι ένα σώμα κινείται σε σχέση με ένα άλλο το οποίο **θεωρούμε ακίνητο**.

Στις κινήσεις ή στην ακινησία των σωμάτων που θα μελετήσουμε, θεωρούμε συνήθως ότι η γη (δηλαδή το έδαφος) είναι ακίνητη.

Τροχιά

Όταν ένα σώμα κινείται, περνά από διαφορετικές διαδοχικές θέσεις.

Το σύνολο των διαδοχικών θέσεων από τις οποίες περνά ένα κινούμενο σώμα σχηματίζει μια γραμμή που ονομάζεται τροχιά της κίνησης.

Φανταστείτε ότι χαράζετε μια γραμμή στο τετράδιό σας ή στον πίνακα της τάξης. Η γραμμή που χαράζετε δείχνει την τροχιά της κίνησης της μύτης του μολυβιού ή της κιμωλίας αντίστοιχα.

Οι τροχιές μπορεί να είναι ευθύγραμμες ή καμπυλόγραμμες (π.χ. κυκλική τροχιά).

Παρατήρηση

Η μορφή της τροχιάς εξαρτάται από το σώμα (σημείο αναφοράς) που θεωρούμε ακίνητο.

1.3 ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΩΜΑΤΙΟΥ – ΔΙΑΣΤΗΜΑ

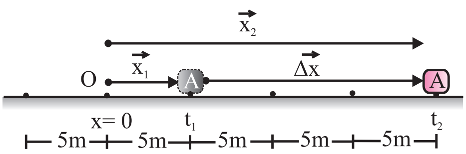
Όταν τα σώματα κινούνται, η θέση τους μεταβάλλεται με τον χρόνο. Λέμε τότε ότι τα σώματα μετατοπίζονται.

Μετατόπιση $\Delta\vec{x}$ ονομάζεται το διάνυσμα από την αρχική στην τελική θέση του σώματος και είναι ίση με τη μεταβολή της θέσης του:

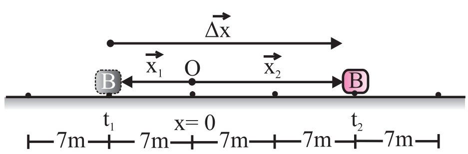
$$\Delta\vec{x} = \vec{x}_{τελικό} - \vec{x}_{αρχικό}$$

Η μετατόπιση ως μεταβολή διανυσματικού μεγέθους είναι και αυτή διανυσματικό μέγεθος. Η μονάδα μέτρησης του μέτρου της μετατόπισης στο S.I. είναι, όπως και της θέσης, το 1m.

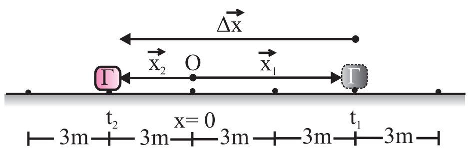
ΕΦΑΡΜΟΓΗ 2



Σχήμα 4α



Σχήμα 4β



Σχήμα 4γ

Στο σχήμα 4α βλέπουμε τη μετατόπιση του σώματος Α. Τη χρονική στιγμή t_1 βρισκόταν στη θέση $x_1 = 5\text{m}$, ενώ τη χρονική στιγμή t_2 είναι στη θέση $x_2 = 20\text{m}$. Μέσα στο χρονικό διάστημα $\Delta t = t_2 - t_1$ η μετατόπιση του σώματος Α είναι:

$$\Delta x = x_2 - x_1 \Rightarrow \Delta x = 20\text{m} - 5\text{m} \Rightarrow \Delta x = 15\text{m}$$

Στο σχήμα 4β το σώμα Β μετατοπίζεται από τη θέση $x_1 = -7\text{m}$ στη θέση $x_2 = 14\text{m}$:

$$\Delta x = x_2 - x_1 \Rightarrow \Delta x = 14\text{m} - (-7\text{m}) \Rightarrow \Delta x = 14\text{m} + 7\text{m} \Rightarrow \Delta x = 21\text{m}$$

Στο σχήμα 4γ το σώμα Γ μετατοπίζεται από τη θέση $x_1 = 6\text{m}$ στη θέση $x_2 = -3\text{m}$:

$$\Delta x = x_2 - x_1 \Rightarrow \Delta x = -3\text{m} - (6\text{m}) \Rightarrow \Delta x = -9\text{m}$$

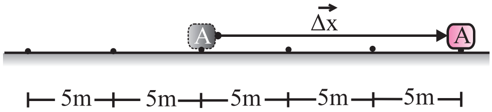
Παρατήρηση

Το πρόσημο της μεταβολής ενός διανυσματικού φυσικού μεγέθους δε δείχνει αύξηση ή ελάττωση όπως στα μονόμετρα. Δείχνει τη φορά του διανύσματος.

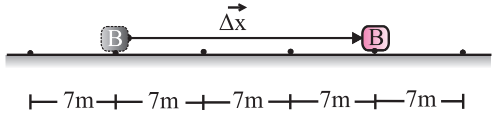
Προσέξτε ότι σε κάθε περίπτωση η **μετατόπιση είναι ένα διάνυσμα από την αρχική στην τελική θέση του σώματος**. Είναι το «βήμα» που κάνει ένα σώμα όταν κινείται από μία προηγούμενη θέση σε μία επόμενη. Έτσι, είναι **ανεξάρτητη** από την επιλογή του σημείου αναφοράς (θέση $x = 0$). Δηλαδή, για να εκφράσουμε τη μετατόπιση, δε χρειάζεται να προσδιορίσουμε κάποιο σημείο αναφοράς.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 3

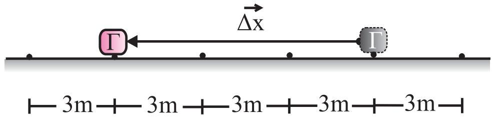
Στα σχήματα 5α, 5β και 5γ, που είναι όμοια με τα αντίστοιχα του σχήματος 4, δεν έχουμε προσδιορίσει κάποιο σημείο αναφοράς.



Σχήμα 5α

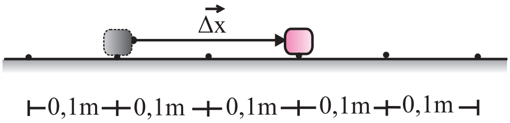


Σχήμα 5β

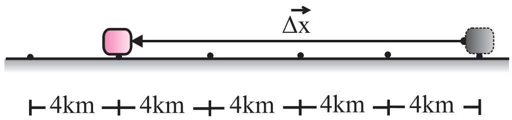


Σχήμα 5γ

Στο σχήμα 5α η μετατόπιση είναι ένα «βήμα» 15m προς την κατεύθυνση που θεωρούμε θετική, άρα $\Delta x = 15m$. Στο σχήμα 5β είναι ένα «βήμα» 21m επίσης προς τη θετική κατεύθυνση, άρα $\Delta x = 21m$. Στο σχήμα 5γ η μετατόπιση είναι ένα «βήμα» 9m προς την αρνητική κατεύθυνση, άρα $\Delta x = -9m$.



Σχήμα 6α



Σχήμα 6β

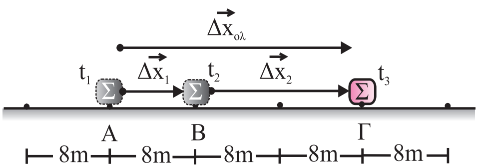
Αντίστοιχα, στο σχήμα 6α το σώμα μετατοπίζεται 0,2m προς τα θετικά, άρα $\Delta x = 0,2m$, και στο σχήμα 6β μετατοπίζεται 16km προς τα αρνητικά, άρα $\Delta x = -16km$.

Ολική μετατόπιση

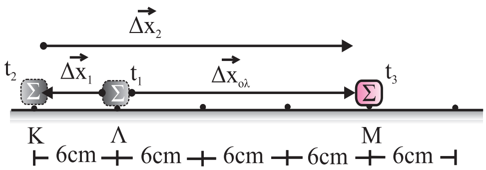
Ολική μετατόπιση ονομάζεται το άθροισμα των διαδοχικών μετατοπίσεων ενός σώματος ή η μετατόπιση από την αρχική στην τελική θέση του σώματος:

$$(\Delta \vec{x})_{ολ} = (\Delta \vec{x})_1 + (\Delta \vec{x})_2 + (\Delta \vec{x})_3 + \ldots$$

Εφαρμογη 4



Σχήμα 7α



Σχήμα 7β

Στο σχήμα 7α το σώμα Σ μετατοπίζεται πρώτα από το σημείο Α στο Β (μετατόπιση $(\Delta x)_1$) στο χρονικό διάστημα $(t_2 - t_1)$ και κατόπιν από το σημείο Β στο Γ (μετατόπιση $(\Delta x)_2$) στο αμέσως επόμενο χρονικό διάστημα $(t_3 - t_2)$. Η ολική του μετατόπιση είναι:

$$(\Delta x)_{ολ} = (\Delta x)_1 + (\Delta x)_2 \Rightarrow (\Delta x)_{ολ} = (AB) + (B\Gamma) \Rightarrow (\Delta x)_{ολ} = 8m + 16m \Rightarrow (\Delta x)_{ολ} = 24m$$

ή η ολική μετατόπιση στο χρονικό διάστημα $(t_3 - t_1)$ είναι:

$$(\Delta x)_{ολ} = (A\Gamma) \Rightarrow (\Delta x)_{ολ} = 24m$$

Στο σχήμα 7β το σώμα Σ μετατοπίζεται πρώτα από το σημείο Λ στο Κ (μετατόπιση $(\Delta x)_1$) στο χρονικό διάστημα $(t_2 - t_1)$ και κατόπιν από το σημείο Κ στο Μ (μετατόπιση $(\Delta x)_2$) στο αμέσως επόμενο χρονικό διάστημα $(t_3 - t_2)$. Η ολική του μετατόπιση είναι:

$$(\Delta x)_{ο\lambda} = (\Delta x)_1 + (\Delta x)_2 \Rightarrow (\Delta x)_{ο\lambda} = -(\Lambda K) + (KM) \Rightarrow$$
$$(\Delta x)_{ο\lambda} = (-6cm) + 24cm \Rightarrow (\Delta x)_{ο\lambda} = 18cm$$

ή η ολική μετατόπιση στο χρονικό διάστημα $(t_3 - t_1)$ είναι:

$$(\Delta x)_{ο\lambda} = (\Lambda M) \Rightarrow (\Delta x)_{ο\lambda} = 18cm$$

Η μετατόπιση μπορεί… να συμπέσει με τη θέση

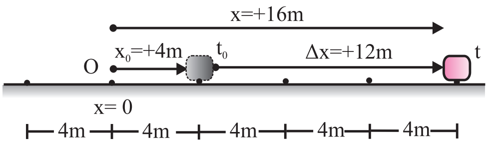
Είδαμε ότι η μετατόπιση είναι ένα «βήμα» από μία προηγούμενη (αρχική) σε μία επόμενη (τελική) θέση:

$\Delta x = x_{τελ} - x_{αρχ}$ ή $\Delta x = x_1 - x_0$ ή $\Delta x = x_2 - x_0$ ή $\Delta x = x_2 - x_1$ ή $\Delta x = x_5 - x_3$ κτλ.

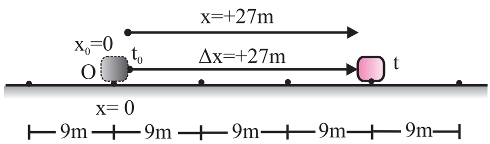
Γενικότερα λοιπόν έχουμε $\Delta x = x - x_0$, όπου x_0 είναι η αρχική και x η τελική θέση ενός σώματος που μετατοπίζεται.

Όταν η αρχική θέση συμπέσει με το μηδέν, η μετατόπιση ταυτίζεται με τη θέση. Δηλαδή, όταν $x_0 = 0$, τότε $\Delta x = x$.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 5



Σχήμα 8α



Σχήμα 8β

Στο σχήμα 8α το σώμα αρχικά βρίσκεται στη θέση $x_0 = +4m$ και κατόπιν στη θέση $x = +16m$. Η μετατόπισή του δε συμπίπτει με την τελική του θέση:

$$\Delta x = x - x_0 \Rightarrow \Delta x = +16m - (+4m) \Rightarrow \Delta x = +12m, \text{ δηλαδή } \Delta x \neq x$$

Στο σχήμα 8β το σώμα αρχικά βρίσκεται στη θέση $x_0 = 0$. Η μετατόπισή του θα συμπίπτει με την τελική του θέση:

$$\Delta x = x - x_0 \Rightarrow \Delta x = +27m - 0 \Rightarrow \Delta x = +27m, \text{ δηλαδή } \Delta x = x$$

Αντίστοιχα με τη μετατόπιση, για ένα χρονικό διάστημα $\Delta t = t - t_0$: όταν $t_0 = 0$, τότε $\Delta t = t$.

Εφαρμογη 6

Ένας αθλητής θέλει να μετρήσει την επίδοσή του στον δρόμο των 100 μέτρων. Αν τη στιγμή της εκκίνησής του το χρονόμετρο δείχνει $t_0 = 5s$ και τη στιγμή του τερματισμού δείχνει $t = 17s$, η επίδοσή του είναι $\Delta t = t - t_0$, άρα $\Delta t = 17s - 5s$, δηλαδή $\Delta t = 12s$ και βεβαίως είναι $\Delta t \neq t$.
Είναι όμως πιο βολικό τη στιγμή της εκκίνησης το χρονόμετρο να δείχνει $t_0 = 0$. Τότε η στιγμή του τερματισμού $t = 12s$ θα συμπίπτει με την επίδοση του αθλητή, δηλαδή τη χρονική διάρκεια της κίνησής του $\Delta t = t - t_0$, άρα $\Delta t = 12s - 0$, επομένως $\Delta t = 12s$.
Σε αυτή την περίπτωση είναι $\Delta t = t$.

✓ Διάστημα ή μήκος της διαδρομής

Το διάστημα είναι ένα φυσικό μέγεθος που χρησιμοποιούμε και στην καθημερινή μας ζωή. Για παράδειγμα, όταν ταξιδεύουμε από την Αθήνα στη Θεσσαλονίκη, αν και δεν κινούμαστε ευθύγραμμα, το διάστημα ή μήκος της διαδρομής που διανύουμε είναι περίπου 500 χιλιόμετρα.

Διάστημα s ονομάζεται το μήκος της διαδρομής που διανύει ένα σώμα και είναι ίσο με το άθροισμα των μέτρων των διαδοχικών μετατοπίσεων του σώματος:

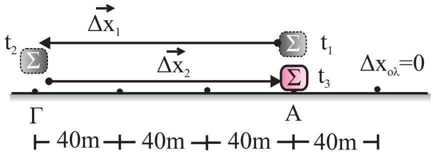
$$\mathbf{s} = \left|(\Delta\vec{\mathbf{x}})_1\right| + \left|(\Delta\vec{\mathbf{x}})_2\right| + \ldots$$

Το διάστημα είναι μονόμετρο φυσικό μέγεθος και δεν είναι ποτέ αρνητικό. Η μονάδα μέτρησής του στο S.I. είναι το 1m. Στο παράδειγμα του σχήματος 5α το διάστημα που καλύπτει το σώμα Α είναι $s = |\Delta x| \Rightarrow s = |15m| \Rightarrow s = 15m$.

Στο σχήμα 5γ το διάστημα που καλύπτει το σώμα Γ είναι $s = |\Delta x| \Rightarrow s = |-9m| \Rightarrow s = 9m$.
Το διάστημα μπορεί να είναι διαφορετικό από την ολική μετατόπιση.

Εφαρμογη 7

Στο σχήμα 9 το σώμα Σ μετατοπίζεται πρώτα από το Α στο Γ (μετατόπιση $(\Delta x)_1$) και κατόπιν από το Γ πίσω στο Α (μετατόπιση $(\Delta x)_2$). Ας προσέξουμε ότι η ολική μετατόπιση είναι μηδενική, ενώ το διάστημα είναι διάφορο του μηδενός:



Σχήμα 9

$$(\Delta x)_{ολ} = (\Delta x)_1 + (\Delta x)_2 \Rightarrow (\Delta x)_{ολ} = (-120\text{m}) + 120\text{m} \Rightarrow (\Delta x)_{ολ} = 0, \text{ ενώ}$$

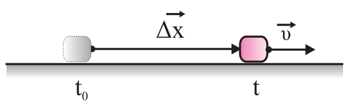
$$s = |(\Delta x)_1| + |(\Delta x)_2| \Rightarrow s = |-120\text{m}| + |120\text{m}| \Rightarrow s = 120\text{m} + 120\text{m} \Rightarrow s = 240\text{m} \neq 0$$

Παρατηρήσεις

- Κάθε καμπυλόγραμμη κίνηση μπορούμε να θεωρήσουμε ότι αποτελείται από άπειρες, ευθύγραμμες, στοιχειώδεις διαδοχικές μετατοπίσεις.
- Το μήκος της διαδρομής που διανύει ένα αυτοκίνητο καταγράφεται στον χιλιομετρητή αποστάσεων του αυτοκινήτου.

1.4 Η Ταχυτητα

Όταν δύο αθλητές συναγωνίζονται μεταξύ τους σε έναν αγώνα 100 μέτρων, μπορούμε να ξεχωρίσουμε τον πιο γρήγορο, ακόμη και χωρίς να έχουμε χρονόμετρο. Γενικότερα όμως πώς θα ξεχωρίσουμε το σώμα που κινείται πιο γρήγορα;



Σχήμα 10

Το χαρακτηριστικότερο ίσως φυσικό μέγεθος για την περιγραφή μιας κίνησης ή της ακινησίας ενός σώματος είναι η ταχύτητα. Στο σχήμα 10 το σώμα μετατοπίζεται κατά $\Delta\vec{x}$ σε χρονικό διάστημα $\Delta t = t - t_0$.

Η ταχύτητα ενός σώματος είναι το διανυσματικό φυσικό μέγεθος $\boldsymbol{\vec{\upsilon} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}}$**.**

– **Το μέτρο της είναι το πηλίκο του μέτρου της μετατόπισης του σώματος προς το αντίστοιχο χρονικό διάστημα:** $\boldsymbol{\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$**.**

– **Η κατεύθυνσή της συμπίπτει με την κατεύθυνση της μετατόπισης.**

Στο σχήμα 10 βλέπουμε το διάνυσμα της ταχύτητας $\vec{\upsilon}$ του σώματος, το οποίο έχει την κατεύθυνση της μετατόπισης $\Delta\vec{x}$.

Σχολιο

Η μετατόπιση είναι «το βήμα» του κινητού. Φαντάσου ότι κάνεις ένα βήμα προς τα δεξιά, οπότε δεν μπορεί η ταχύτητά σου να είναι προς τα πάνω! Αφού πηγαίνεις προς τα δεξιά, προς τα δεξιά θα είναι και η ταχύτητά σου. Η ταχύτητα έχει την κατεύθυνση της μετατόπισης.

Το μέτρο της ταχύτητας εκφράζει πόσο γρήγορα ή αργά κινείται ένα σώμα. Ένα σώμα που είναι ακίνητο έχει μηδενική ταχύτητα και το αντίστροφο.

Στο S.I. η μονάδα μέτρησης της μετατόπισης είναι το 1m και του χρόνου το 1s, άρα η μονάδα μέτρησης του μέτρου της ταχύτητας στο S.I. είναι το $1\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Στην καθημερινή ζωή ως μονάδα ταχύτητας συνήθως χρησιμοποιείται το $1\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Για παράδειγμα, το ανώτερο όριο ταχύτητας σε πολλούς ελληνικούς αυτοκινητόδρομους είναι 120km/h.

Παρατήρηση

Η ταχύτητα είναι ο πρώτος ρυθμός μεταβολής που συναντάμε στην περιγραφή της κίνησης των σωμάτων. Η ταχύτητα είναι ο ρυθμός μεταβολής της θέσης ενός σώματος.

Εφαρμογη 8

Να μετατρέψετε:

α) την ταχύτητα 18km/h σε μονάδα του S.I.,

β) την ταχύτητα 10m/s σε km/h.

Λυση

α) $1\text{km} = 1.000\text{m}$ και $1\text{h} = 3.600\text{s}$.

Επομένως $18\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{18 \cdot 1.000\text{m}}{3.600\text{s}}$, άρα $18\frac{\text{km}}{\text{h}} = 5\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

β) $1\text{km} = 1.000\text{m}$, επομένως $1\text{m} = \dfrac{1}{1.000}\text{km}$ και $1\text{h} = 3.600\text{s}$, άρα $1\text{s} = \dfrac{1}{3.600}\text{h}$.

$$10\frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{\dfrac{10}{1.000}\text{km}}{\dfrac{1}{3.600}\text{h}} = \frac{10 \cdot 3.600}{1.000}\frac{\text{km}}{\text{h}}, \text{ άρα } 10\frac{\text{m}}{\text{s}} = 36\frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

✓ Στιγμιαία ταχύτητα

Η ταχύτητα, όπως την ορίσαμε παραπάνω, τυπικά ονομάζεται μέση διανυσματική ταχύτητα, για να τη διακρίνουμε από τη στιγμιαία ταχύτητα.

Στιγμιαία ταχύτητα είναι η ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ ενός σώματος σε μία χρονική στιγμή.

Για παράδειγμα, στην εισαγωγή του βιβλίου, στο σχήμα της εφαρμογής 4 βλέπουμε το διάνυσμα της στιγμιαίας ταχύτητας του σώματος σε τρεις διαφορετικές χρονικές στιγμές.

Για λόγους απλότητας αποφεύγουμε τον ακριβή ορισμό της στιγμιαίας ταχύτητας. Πρέπει όμως να καταλάβουμε ότι μέσα σε ένα, ακόμη και πολύ μικρό, χρονικό διάστημα Δt, όπου ένα σώμα μετατοπίζεται κατά Δx, η στιγμιαία ταχύτητά του μπορεί να αλλάξει. Αν, για παράδειγμα, το ταχύμετρο (κοντέρ) ενός αυτοκινήτου από 40km/h δείξει 45km/h, η στιγμιαία ταχύτητά του θα έχει αλλάξει και θα έχει πάρει άπειρες ενδιάμεσες τιμές!

Παρατήρηση

Το ταχύμετρο (κοντέρ) ενός αυτοκινήτου δείχνει το μέτρο της στιγμιαίας ταχύτητάς του. Δε δείχνει βεβαίως την κατεύθυνσή της.

✓ Μέση (αριθμητική) ταχύτητα

Στην καθημερινή μας ζωή με τον όρο «ταχύτητα» αναφερόμαστε συνήθως στο μέτρο του διανυσματικού φυσικού μεγέθους. Η μέση (αριθμητική) ταχύτητα συνδέεται μόνο με το μέτρο της ταχύτητας και είναι μέγεθος που χρησιμοποιούμε στην καθημερινή μας ζωή.

Μέση (αριθμητική) ταχύτητα ονομάζεται το πηλίκο του διαστήματος που διανύει ένα σώμα προς το αντίστοιχο χρονικό διάστημα:

$$\bar{\upsilon} = \frac{s}{t} \quad \text{ή} \quad \upsilon_\mu = \frac{s}{t}$$

Θυμηθείτε ότι, όταν $t_0 = 0$, είναι $\Delta t = t$.

Η μέση (αριθμητική) ταχύτητα είναι μονόμετρο φυσικό μέγεθος. Η μονάδα μέτρησής της στο S.I. είναι το $1\frac{m}{s}$.

Ένα κινούμενο σώμα διανύει μία διαδρομή με ταχύτητα η οποία συνήθως μεταβάλλεται μέσα σε ένα χρονικό διάστημα. Η μέση (αριθμητική) ταχύτητα εκφράζει τη σταθερή ταχύτητα με την οποία θα έπρεπε να κινείται το σώμα, ώστε να διανύσει την ίδια διαδρομή σε ίσο χρονικό διάστημα.

1.5 Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση

Θα αναφερθούμε τώρα στην πιο απλή κίνηση. Είναι η ευθύγραμμη ομαλή κίνηση ή πιο σύντομα: ε.ο.κ. Το σώμα κινείται επάνω στην ίδια ευθεία με σταθερή φορά και σταθερό μέτρο ταχύτητας.

Ευθύγραμμη ομαλή είναι η κίνηση ενός σώματος που η ταχύτητά του $\vec{\upsilon}$ είναι σταθερή.

Η κατεύθυνση και το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μένουν σταθερά σε σχέση με τον χρόνο. Δηλαδή, καθώς ο χρόνος περνά, το σώμα κινείται στην ίδια ευθεία, με την ίδια φορά και το ίδιο «γρήγορα».

$$\text{ε.ο.κ.} \Leftrightarrow \vec{\upsilon} = \text{σταθερό}, \ \upsilon \neq 0$$

Παρατήρηση

Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση το μέτρο της σταθερής στιγμιαίας ταχύτητας είναι ίσο με τη μέση ταχύτητα.

Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, όπως και σε κάθε κίνηση, μας ενδιαφέρουν οι νόμοι και οι αντίστοιχες εξισώσεις οι οποίες συνδέουν την ταχύτητα και τη μετατόπιση του σώματος με τον χρόνο.

Ταχύτητα - χρόνος

Η ταχύτητα μένει σταθερή: $\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{σταθερό}$.

Μετατόπιση - χρόνος

Αφού η ταχύτητα μένει σταθερή, λύνοντας την παραπάνω σχέση ως προς τη μετατόπιση, έχουμε $\upsilon = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = \upsilon \Delta t$.

Οι μετατοπίσεις είναι ανάλογες με τα αντίστοιχα χρονικά διαστήματα: $\boldsymbol{\Delta x = \upsilon \Delta t}$. Δηλαδή, όσο περισσότερος χρόνος περνά, τόσο μεγαλύτερη γίνεται η μετατόπιση του σώματος.

Αν επιπλέον δεχτούμε ότι $\Delta x = x$ και $\Delta t = t$, τότε οι εξισώσεις γίνονται:

$$\boldsymbol{\upsilon = \frac{x}{t} = \text{σταθερό}} \quad \text{και} \quad \boldsymbol{x = \upsilon t}$$

Παρατήρηση

Η σχέση που συνδέει τη θέση ενός κινητού με τον χρόνο ονομάζεται **εξίσωση κίνησης**.

Εφαρμογη 9

Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα ομαλά και μετατοπίζεται κατά 45m σε χρόνο 3s. Να υπολογίσετε:

α) την ταχύτητα του σώματος,

β) τη μετατόπιση του σώματος σε χρόνο δύο λεπτών (2min),

γ) σε πόσο χρόνο η μετατόπιση του σώματος θα είναι 300m.

Λυση

α) Η ταχύτητα του σώματος θα είναι $\upsilon = \dfrac{x}{t} \Rightarrow \upsilon = \dfrac{45\text{m}}{3\text{s}} \Rightarrow \upsilon = \dfrac{45}{3}\dfrac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \upsilon = 15\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

β) Ο χρόνος στο S.I. είναι $2\,\text{min} = 2 \cdot 60\text{s} = 120\text{s}$. Η μετατόπιση του σώματος στον χρόνο αυτό είναι $x = \upsilon t \Rightarrow x = (15 \cdot 120)\text{m} \Rightarrow x = 1.800\text{m}$.

> Οι πράξεις μεταξύ των μονάδων μέτρησης: $1\dfrac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1\text{s} = 1\dfrac{\text{m} \cdot \text{s}}{\text{s}} = 1\text{m}$.

γ) Για να υπολογίσουμε τον χρόνο, θα λύσουμε πρώτα ως προς τον χρόνο t τη σχέση της μετατόπισης: $x = \upsilon t \Rightarrow \dfrac{x}{\upsilon} = t \Rightarrow t = \dfrac{300}{15}\text{s} \Rightarrow t = 20\text{s}$.

Οι πράξεις μεταξύ των μονάδων μέτρησης: $\dfrac{1\text{m}}{1\dfrac{\text{m}}{\text{s}}} = 1\dfrac{\dfrac{\text{m}}{1}}{\dfrac{\text{m}}{\text{s}}} = 1\dfrac{\text{m}\cdot\text{s}}{\text{m}} = 1\text{s}.$

✓ Πίνακας τιμών

Ένα σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με σταθερή ταχύτητα μέτρου $4\text{m}/\text{s}$. Στον πίνακα 1 περιέχονται οι τιμές της ταχύτητας και της θέσης του σώματος σε κάποιες χρονικές στιγμές, από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 4\text{s}$. Προσέξτε ότι τη χρονική στιγμή $t = 0$ που αρχίζει η μέτρηση του χρόνου η ταχύτητα του σώματος είναι $4\text{m}/\text{s}$. Δηλαδή τη στιγμή που «πατάμε το χρονόμετρο» το σώμα βρίσκεται ήδη σε κίνηση.

t(s)	**υ(m/s)**	**x(m)**
0	4	0
1	4	4
2	4	8
3	4	12
4	4	16

Πίνακας 1

Οι μετατοπίσεις του σώματος είναι ανάλογες του αντίστοιχου χρόνου. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση $x = 0$. Οι μετατοπίσεις θα συμπίπτουν με τις θέσεις:

$$\Delta x = x - x_0, \text{ οπότε } \Delta x = x - 0, \text{ άρα } \Delta x = x$$

Τη χρονική στιγμή $t = 1\text{s}$ είναι $x = \upsilon t \Rightarrow x = 4\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 1\text{s} \Rightarrow x = 4\text{m}$.

Τη χρονική στιγμή $t = 2\text{s}$ είναι $x = \upsilon t \Rightarrow x = 4\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 2\text{s} \Rightarrow x = 8\text{m}$ κτλ.

Εφαρμογη 10

Δύο σώματα κάνουν ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών (α) για την κίνηση του πρώτου σώματος και τον πίνακα τιμών (β) για την κίνηση του δεύτερου.

t(s)	υ(m/s)	x(m)
0		0
		18
5		
6		54
		72

Πίνακας τιμών (α)

t(s)	υ(m/s)	x(m)
0		0
3		36
		48
7		
9		

Πίνακας τιμών (β)

ΛΥΣΗ

Αρχικά θα υπολογίσουμε την ταχύτητα του πρώτου σώματος από τη χρονική στιγμή $t = 6s$, όπου είναι $x = 54m$:

$$\upsilon = \frac{x}{t} \Rightarrow \upsilon = \frac{54}{6}\frac{m}{s}, \text{ άρα } \upsilon = 9m/s \text{ σταθερή}$$

Κατόπιν υπολογίζουμε τη μετατόπιση τη χρονική στιγμή $t = 5s$:

$$x = \upsilon t \Rightarrow x = 5 \cdot 9, \text{ άρα } x = 45m$$

Τελικά υπολογίζουμε τους χρόνους $x = \upsilon t \Rightarrow t = \frac{x}{\upsilon}$, άρα έχουμε τις χρονικές στιγμές $\frac{18}{9}s = 2s$ και $\frac{72}{9}s = 8s$, και ολοκληρώνουμε τη συμπλήρωση του πίνακα.

Ο πίνακας (β) συμπληρώνεται με αντίστοιχο τρόπο.

t(s)	υ(m/s)	x(m)
0	9	0
2	9	18
5	9	45
6	9	54
8	9	72

Πίνακας τιμών (α)

t(s)	υ(m/s)	x(m)
0	12	0
3	12	36
4	12	48
7	12	84
9	12	108

Πίνακας τιμών (β)

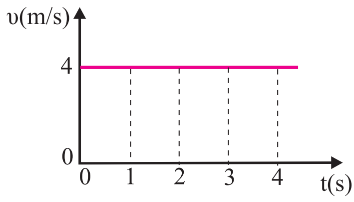
✓ Γραφικές παραστάσεις

Για την περιγραφή της κίνησης ενός σώματος πολύ χρήσιμες, εκτός από τις εξισώσεις, είναι και οι γραφικές παραστάσεις που απεικονίζουν τη μεταβολή της ταχύτητας και της θέσης του σώματος σε σχέση με τον χρόνο. Η αξία τους στην περιγραφή των κινήσεων των σωμάτων είναι μεγάλη, διότι παρουσιάζουν με απλό τρόπο οποιαδήποτε κίνηση χωρίς άμεση αναφορά σε εξισώσεις και πολύ συχνά χωρίς αριθμητικά δεδομένα. Άλλωστε φαίνεται από τη μεγάλη συχνότητα με την οποία τις χρησιμοποιούμε.

Με τη βοήθεια του πίνακα 1 θα σχεδιάσουμε τις γραφικές παραστάσεις ταχύτητας - χρόνου και θέσης - χρόνου για το σώμα που κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με σταθερή ταχύτητα μέτρου 4m / s.

Ταχύτητα - χρόνος

Η ταχύτητα μένει σταθερή καθώς ο χρόνος περνά, δηλαδή κάθε στιγμή η ταχύτητα είναι 4m / s. Στο σχήμα 11 βλέπουμε το διάγραμμα της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο.



Σχήμα 11

Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η γραφική παράσταση ταχύτητας - χρόνου είναι μια ευθεία παράλληλη προς τον άξονα του χρόνου.

Σχολιο

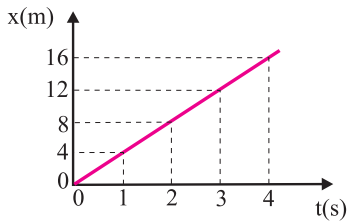
Το συγκεκριμένο διάγραμμα είναι «το κοντέρ» του κινούμενου σώματος. Αφού θυμηθούμε ότι το κοντέρ ενός αυτοκινήτου δείχνει το μέτρο της ταχύτητάς του, ας σκεφτούμε τι θα δείχνει «το κοντέρ» του παραπάνω κινητού.

Μετατόπιση - χρόνος

Με τη βοήθεια του πίνακα 1 προσδιορίζουμε τα σημεία που αντιστοιχούν στα ζεύγη τιμών χρόνου - θέσης:

$(t = 0,\ x = 0),\ (t = 1s,\ x = 4m),\ (t = 2s,\ x = 8m)$ κτλ.

Τα σημεία αυτά βρίσκονται επάνω σε μία ευθεία γραμμή. Στην ε.ο.κ. η μετατόπιση είναι ανάλογη με τον χρόνο. Η εξίσωση που συνδέει τη θέση με τον χρόνο είναι 1ου βαθμού. Στο σχήμα 12 βλέπουμε το διάγραμμα της θέσης του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο.



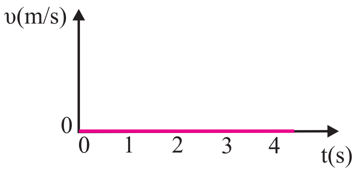
Σχήμα 12

Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η γραφική παράσταση θέσης - χρόνου είναι ευθεία γραμμή.

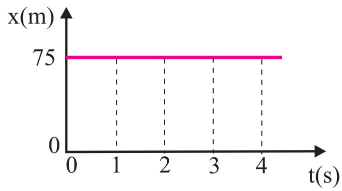
Σχολιο

Το διάγραμμα διαστήματος - χρόνου είναι «ο χιλιομετρητής αποστάσεων» του κινητού. Αφού θυμηθούμε ότι ο χιλιομετρητής αποστάσεων ενός αυτοκινήτου δείχνει το διάστημα που διανύει το αυτοκίνητο αυτό, ας σκεφτούμε τι θα δείχνει «ο χιλιομετρητής αποστάσεων» του παραπάνω κινητού.

Πώς θα είναι όμως τα παραπάνω διαγράμματα για ένα **ακίνητο σώμα**; Στο σχήμα 13α βλέπουμε ότι η ταχύτητά του είναι σταθερά μηδενική («το κοντέρ» δείχνει σταθερά μηδέν) και στο σχήμα 13β βλέπουμε ότι, καθώς ο χρόνος περνά, το ακίνητο σώμα βρίσκεται σταθερά στην ίδια θέση (π.χ. ο «χιλιομετρητής» δείχνει σταθερά x = 75m).



Σχήμα 13α



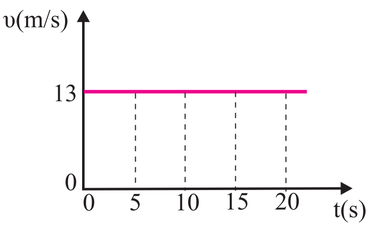
Σχήμα 13β

Εφαρμογη 11

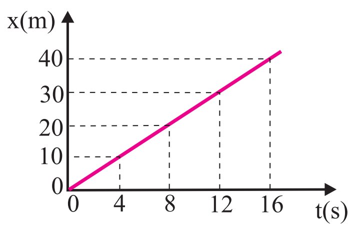
Τα σώματα Α και Β κάνουν ευθύγραμμες ομαλές κινήσεις. Στο σχήμα 14α βλέπουμε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του σώματος Α σε σχέση με τον χρόνο και στο σχήμα 14β τη γραφική παράσταση της θέσης του σώματος Β σε σχέση με τον χρόνο. Να σχεδιάσετε:

α) τη γραφική παράσταση της θέσης του σώματος Α σε σχέση με τον χρόνο, αν τη χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται στη θέση $x = 0$,

β) τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του σώματος Β σε σχέση με τον χρόνο.



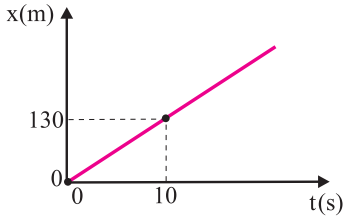
Σχήμα 14α



Σχήμα 14β

Λ υ σ η

α) Το κινητό Α κάνει ε.ο.κ. με σταθερή ταχύτητα $\upsilon = 13\mathrm{m/s}$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται στη θέση $x = 0$, επομένως χρειαζόμαστε άλλο ένα σημείο για να χαράξουμε την ευθεία x - t. Η θέση του είναι ανάλογη του χρόνου, επομένως η μετατόπισή του σε $t = 10\mathrm{s}$ είναι $x = \upsilon t \Rightarrow x = 13\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 10\mathrm{s} \Rightarrow x = 130\mathrm{m}$.

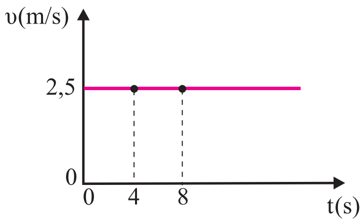


Η ζητούμενη γραφική παράσταση είναι η ευθεία του διπλανού σχήματος.

β) Το κινητό Β κάνει επίσης ε.ο.κ. Η ταχύτητά του θα είναι σταθερή και μπορούμε να την υπολογίσουμε από οποιοδήποτε ζεύγος τιμών x - t του σχήματος 14β:

$$\upsilon = \frac{x}{t} \Rightarrow \upsilon = \frac{10}{4}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}, \text{ άρα } \upsilon = 2{,}5\mathrm{m/s} \text{ ή}$$

$$\upsilon = \frac{x}{t} \Rightarrow \upsilon = \frac{20}{8}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}, \text{ άρα } \upsilon = 2{,}5\mathrm{m/s} \text{ ή } \ldots$$

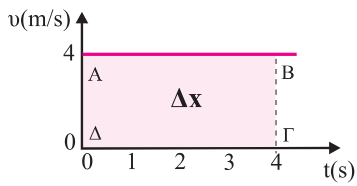


Η ζητούμενη γραφική παράσταση είναι η ευθεία του διπλανού σχήματος.

Εμβαδά στο διάγραμμα (υ - t) – Κλίσεις στο διάγραμμα (x - t)

Είδαμε παραπάνω τις γραφικές παραστάσεις που απεικονίζουν τη μεταβολή της ταχύτητας και της θέσης ενός σώματος σε σχέση με τον χρόνο. Οι γραφικές παραστάσεις όμως μας δίνουν συχνά ακόμη περισσότερες πληροφορίες μέσα από τα εμβαδά που καθορίζουν και τις κλίσεις τους.

Σε κάθε διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου **το εμβαδόν** που περικλείεται από τη γραφική παράσταση που δείχνει την ταχύτητα ενός σώματος σε σχέση με τον χρόνο και τον άξονα των χρόνων μια οποιαδήποτε χρονική στιγμή **εκφράζει τη μετατόπιση** του σώματος την ίδια χρονική στιγμή.



Σχήμα 15

Ως παράδειγμα θα δούμε τη μετατόπιση του σώματος που κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με σταθερή ταχύτητα μέτρου $4\mathrm{m/s}$ του σχήματος 11. Στο σχήμα 15 το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν του ορθογώνιου παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ είναι ίσο με τη μετατόπιση του σώματος στο ίδιο χρονικό διάστημα:

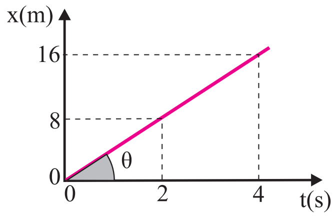
$$\mathbf{E_{ΑΒΓΔ} = βάση \times ύψος = Δt \cdot υ = Δx}, \text{ επομένως:}$$

$$E_{ΑΒΓΔ} = 4s \cdot 4\frac{m}{s} = 16m \Rightarrow E_{ΑΒΓΔ} = 16m = Δx$$

Παρατήρηση

Περιγράφουμε ευθύγραμμες κινήσεις που συμβαίνουν στην ίδια διεύθυνση. Οι δύο δυνατές κατευθύνσεις των διανυσματικών φυσικών μεγεθών αποδίδονται με θετικό ή αρνητικό πρόσημο αντίστοιχα. Το εμβαδόν είναι μονόμετρο μέγεθος και θα εκφράζει το μέτρο της μετατόπισης. Η φορά του διανύσματος της μετατόπισης εκφράζεται με το ανάλογο πρόσημο.

Σε κάθε διάγραμμα θέσης - χρόνου **η κλίση** της γραφικής παράστασης που δείχνει τη θέση ενός σώματος σε σχέση με τον χρόνο μια οποιαδήποτε χρονική στιγμή **εκφράζει την ταχύτητα** του σώματος την ίδια χρονική στιγμή.



Σχήμα 16

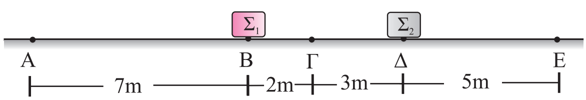
Ως παράδειγμα θα δούμε την κλίση (εφθ) της ευθείας του διαγράμματος θέσης - χρόνου του σώματος που κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με σταθερή ταχύτητα μέτρου $4m/s$ του σχήματος 12. Στο σχήμα 16 η σταθερή κλίση της ευθείας είναι ίση με τη σταθερή ταχύτητα του σώματος:

$$\mathbf{εφθ = \frac{απέναντι\ κάθετη\ πλευρά}{προσκείμενη\ κάθετη\ πλευρά} = \frac{x}{t} = υ}, \text{ επομένως:}$$

$$εφθ = \frac{8m}{2s} = \frac{16m}{4s} = 4\frac{m}{s} \Rightarrow εφθ = 4\frac{m}{s} = υ$$

ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.1. Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ του διπλανού σχήματος βρίσκονται αρχικά ακίνητα στις θέσεις τους. Δίνονται τα μήκη $(ΑΒ) = 7m$, $(ΒΓ) = 2m$, $(ΓΔ) = 3m$ και $(ΔΕ) = 5m$. Θεωρήστε τα θετικά προς τα δεξιά.



α) Να υπολογίσετε τις απομακρύνσεις x των σωμάτων Σ_1 και Σ_2, θεωρώντας ως αρχή του άξονα (x = 0) το σημείο: **i)** Α, **ii)** Γ, **iii)** Δ.

β) Το σώμα Σ_1 μετατοπίζεται από το σημείο Β στο Ε, ενώ το Σ_2 από το Δ στο Γ. Να υπολογίσετε τις μετατοπίσεις τους Δx_1 και Δx_2, με αρχή (x = 0) το σημείο: **i)** Α, **ii)** Δ.

ΛΥΣΗ

α) i) Με αρχή το σημείο Α $\left(x_A = 0\right)$ έχουμε:

$$x_1 = +(AB) \Rightarrow x_1 = 7m \text{ και } x_2 = +(A\Delta) \Rightarrow x_2 = 7m + 2m + 3m \Rightarrow x_2 = 12m$$

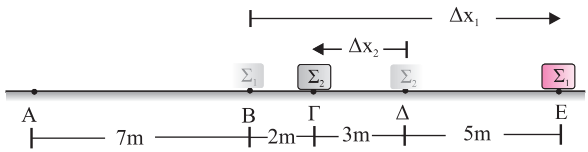
ii) Με αρχή το σημείο Γ $\left(x_\Gamma = 0\right)$ έχουμε:

$$x_1 = -(\Gamma B) \Rightarrow x_1 = -2m \text{ και } x_2 = +(\Gamma\Delta) \Rightarrow x_2 = 3m$$

iii) Με αρχή το σημείο Δ $\left(x_\Delta = 0\right)$ έχουμε:

$$x_1 = -(\Delta B) \Rightarrow x_1 = -(2m + 3m) \Rightarrow x_1 = -5m \text{ και } x_2 = x_\Delta \Rightarrow x_2 = 0$$

β) Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε τα διανύσματα των μετατοπίσεων των δύο σωμάτων Δx_1 και Δx_2 αντίστοιχα.



i) Με αρχή το σημείο Α $\left(x_A = 0\right)$ έχουμε:

$$\Delta x_1 = x_{1(\tau\varepsilon\lambda)} - x_{1(\alpha\rho\chi)} \Rightarrow \Delta x_1 = (AE) - (AB) \Rightarrow$$

$$\Delta x_1 = 17m - 7m \Rightarrow \Delta x_1 = 10m \text{ και}$$

$$\Delta x_2 = x_{2(\tau\varepsilon\lambda)} - x_{2(\alpha\rho\chi)} \Rightarrow \Delta x_2 = (A\Gamma) - (A\Delta) \Rightarrow \Delta x_2 = 9m - 12m \Rightarrow \Delta x_2 = -3m$$

ii) Με αρχή το σημείο Δ $\left(x_\Delta = 0\right)$ έχουμε:

$$\Delta x_1 = x_{1(\tau\varepsilon\lambda)} - x_{1(\alpha\rho\chi)} \Rightarrow \Delta x_1 = (\Delta E) - \left(-(\Delta B)\right) \Rightarrow$$

$$\Delta x_1 = 5m - (-5m) \Rightarrow \Delta x_1 = 10m \text{ και}$$

$$\Delta x_2 = x_{2(\tau\varepsilon\lambda)} - x_{2(\alpha\rho\chi)} \Rightarrow \Delta x_2 = -(\Delta\Gamma) - x_\Delta \Rightarrow \Delta x_2 = -3m - 0 \Rightarrow \Delta x_2 = -3m$$

Παρατηρήσεις

- Η φορά ενός διανυσματικού μεγέθους εκφράζεται με το πρόσημό του.

- Η θέση x ενός σώματος εξαρτάται από την επιλογή της αρχής του άξονα, ενώ η μετατόπισή του Δx είναι ανεξάρτητη από την επιλογή αυτή.
- Η θέση x συμπίπτει με τη μετατόπιση Δx μόνο όταν η αρχική θέση συμπίπτει με την αρχή του άξονα $\left(x_0 = 0\right)$.

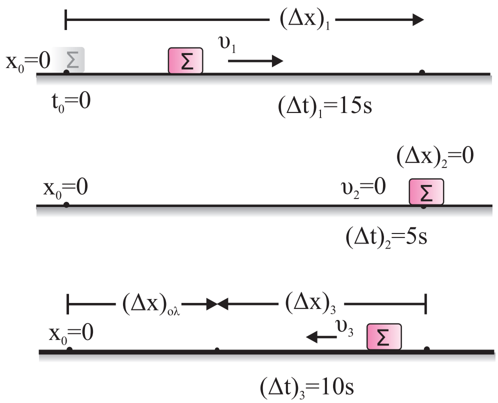
1.2. Ένα σημειακό αντικείμενο Σ κινείται στον άξονα x΄x. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ περνά από την αρχή του άξονα (θέση $x_0 = 0$) με σταθερή ταχύτητα $16\text{m}/\text{s}$, κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση για χρόνο 15s. Κατόπιν μένει ακίνητο για 5s και αμέσως μετά κινείται για 10s με σταθερή ταχύτητα μέτρου $14\text{m}/\text{s}$ στην αντίθετη κατεύθυνση.

α) Να υπολογίσετε την ολική μετατόπιση και το ολικό διάστημα που διανύει το σημειακό αντικείμενο.

β) Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις ταχύτητας - χρόνου, θέσης - χρόνου και διαστήματος - χρόνου της κίνησής του.

ΛΥΣΗ

α) Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε τις διαδοχικές μετατοπίσεις και την ολική μετατόπιση του σημειακού αντικειμένου Σ.



Για το πρώτο χρονικό διάστημα $(\Delta t)_1 = 15\text{s}$, κατά το οποίο το Σ κινείται προς τη θετική κατεύθυνση, έχουμε:

$$(\Delta x)_1 = \upsilon_1 (\Delta t)_1 \Rightarrow$$
$$(\Delta x)_1 = (16 \cdot 15)\text{m} \Rightarrow (\Delta x)_1 = 240\text{m}$$

Κατόπιν το Σ μένει ακίνητο για χρονικό διάστημα $(\Delta t)_2 = 5\text{s}$. Η ταχύτητά του (άρα και η μετατόπισή του) θα είναι μηδενική:

$$\upsilon_2 = 0 \ \text{ και } \ (\Delta x)_2 = 0$$

Τέλος, για χρόνο $(\Delta t)_3 = 10\text{s}$, το Σ κινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση. Η ταχύτητά του (άρα και η μετατόπισή του) θα είναι αρνητική:

$$(\Delta x)_3 = \upsilon_3 (\Delta t)_3 \Rightarrow (\Delta x)_3 = (-14 \cdot 10)\text{m} \Rightarrow (\Delta x)_3 = -140\text{m}$$

Η ολική του μετατόπιση θα είναι:

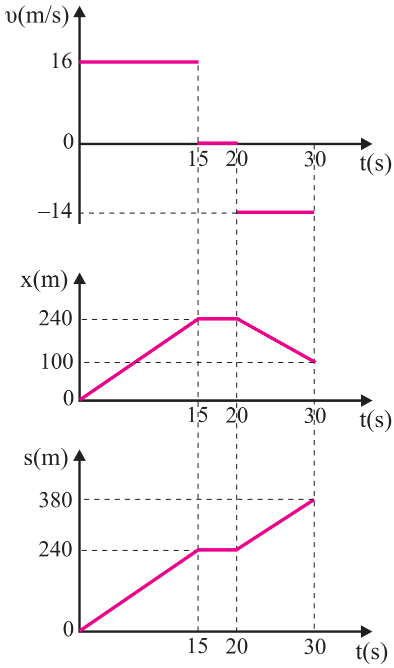
$$(\Delta x)_{ολ} = (\Delta x)_1 + (\Delta x)_2 + (\Delta x)_3 \Rightarrow (\Delta x)_{ολ} = 240m + 0 + (-140m) \Rightarrow (\Delta x)_{ολ} = 100m$$

Το ολικό διάστημα που διανύει το σώμα είναι:

$$s_{ολ} = |(\Delta x)_1| + 0 + |(\Delta x)_3| \Rightarrow s_{ολ} = |240m| + |-140m| \Rightarrow$$
$$s_{ολ} = 240m + 140m \Rightarrow s_{ολ} = 380m$$

Παρατηρούμε ότι το ολικό διάστημα είναι διαφορετικό από την ολική μετατόπιση.

β) Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε τις γραφικές παραστάσεις της κίνησης του σημειακού αντικειμένου Σ.



Το Σ κινείται προς τη θετική κατεύθυνση από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t_1 = (\Delta t)_1 = 15s$.

Κατόπιν μένει ακίνητο έως τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + (\Delta t)_2 \Rightarrow t_2 = 15s + 5s \Rightarrow t_2 = 20s$.

Τέλος, κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα x΄x έως τη χρονική στιγμή $t_3 = t_2 + (\Delta t)_3 \Rightarrow t_3 = 20 + 10s \Rightarrow t_3 = 30s$.

Προσέξτε τη διαφορά μεταξύ των γραφικών παραστάσεων θέσης - χρόνου και διαστήματος - χρόνου όταν το σημειακό αντικείμενο κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση. Το διάστημα είναι μονόμετρο μέγεθος και με την πάροδο του χρόνου μπορεί μόνο να αυξάνεται ή να μένει σταθερό. **Ο «χιλιομετρητής αποστάσεων» δε γυρίζει προς τα πίσω.**

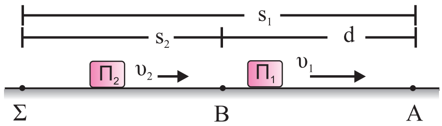
1.3. Δύο ποδήλατα $Π_1$ και $Π_2$ κινούνται με σταθερές ταχύτητες $15m/s$ και $8m/s$ αντίστοιχα στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο. Κάποια στιγμή διέρχονται από το ίδιο σημείο. Να υπολογίσετε τη μεταξύ τους απόσταση 5s μετά από τη στιγμή αυτή, αν τα δύο ποδήλατα κινούνται:

α) στην ίδια κατεύθυνση,

β) σε αντίθετες κατευθύνσεις.

Λυση

α) Στο σχήμα βλέπουμε τα δύο ποδήλατα, που έχουν περάσει συγχρόνως από το σημείο Σ. Το $Π_1$ κινείται με σταθερή ταχύτητα $υ_1 = 15m/s$ και σε 5s φτάνει στο



σημείο Α, έχοντας διανύσει διάστημα s_1. Το $Π_2$ κινείται με σταθερή ταχύτητα $υ_2 = 8m/s$ και στον ίδιο χρόνο φτάνει στο σημείο Β, έχοντας διανύσει διάστημα s_2. Οι κινήσεις τους είναι ευθύγραμμες ομαλές, επομένως:

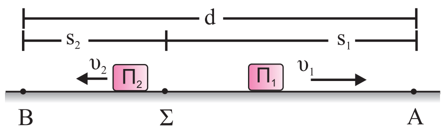
$$υ_1 = \frac{s_1}{t} \Rightarrow s_1 = υ_1 t \Rightarrow s_1 = 15\frac{m}{s} \cdot 5s \Rightarrow s_1 = 75m \text{ και}$$

$$υ_2 = \frac{s_2}{t} \Rightarrow s_2 = υ_2 t \Rightarrow s_2 = 8\frac{m}{s} \cdot 5s \Rightarrow s_2 = 40m$$

Από τη γεωμετρία του σχήματος έχουμε:

$$s_1 = s_2 + d \Rightarrow s_1 - s_2 = d \Rightarrow d = 75m - 40m, \text{ άρα } d = 35m$$

β) Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, τα δύο ποδήλατα έχουν περάσει συγχρόνως από το σημείο Σ. Έχουν και πάλι διανύσει σε 5s τα διαστήματα $s_1 = 75m$ και



$s_2 = 40m$ αντίστοιχα, που υπολογίσαμε στην πρώτη περίπτωση. Αλλάζει μόνο η γεωμετρία του σχήματος, από την οποία έχουμε την εξίσωση:

$$d = s_2 + s_1 \Rightarrow d = 40m + 75m, \text{ άρα } d = 115m$$

1.4. Από το άκρο Α ενός ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ, με μήκος $(ΑΒ) = 60m$, περνά κινητό $Κ_1$, που κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα μέτρου $8m/s$ προς το άκρο Β. Την ίδια στιγμή, από το άκρο Β περνά δεύτερο κινητό $Κ_2$, που κινείται επίσης ευθύγραμμα στη διεύθυνση ΑΒ με σταθερή ταχύτητα μέτρου $2m/s$. Να υπολογίσετε σε πόσο χρόνο, μετά την παραπάνω στιγμή, θα συναντηθούν τα δύο κινητά και σε ποια απόσταση από το σημείο Α, αν κινούνται:

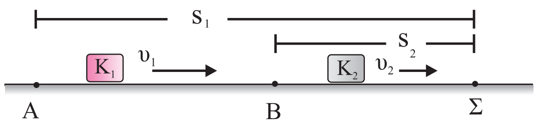
α) με την ίδια φορά,

β) με αντίθετες φορές.

Λ Υ Σ Η

1ος τρόπος

α) Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε τα κινητά και το σημείο Σ, στο οποίο θεωρούμε ότι γίνεται η συνάντηση. Τα κινητά διανύουν διαστήματα s_1 και s_2 αντίστοιχα.



Οι κινήσεις τους είναι ευθύγραμμες ομαλές, επομένως:

Κινητό K_1	Κινητό K_2
$\upsilon_1 = 8m/s = σταθερό$	$\upsilon_2 = 2m/s = σταθερό$
$s_1 = \upsilon_1 t \;\; (1)$	$s_2 = \upsilon_2 t \;\; (2)$

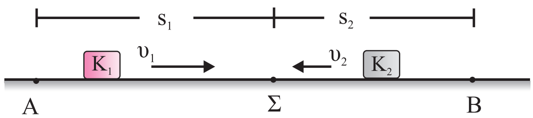
Από τη γεωμετρία του σχήματος έχουμε $s_1 = (AB) + s_2$.

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση τις (1) και (2), έχουμε:

$$\upsilon_1 t = (AB) + \upsilon_2 t \Rightarrow \upsilon_1 t - \upsilon_2 t = (AB) \Rightarrow t = \frac{(AB)}{\upsilon_1 - \upsilon_2} \Rightarrow t = \frac{60}{8-2} s \Rightarrow t = 10s$$

Από τη σχέση (1) έχουμε $s_1 = (8 \cdot 10)m \Rightarrow s_1 = (A\Sigma) = 80m$.

β) Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε τα κινητά και τα διαστήματα που διανύουν μέχρι το σημείο Σ, στο οποίο θεωρούμε ότι γίνεται η συνάντηση.



Οι εξισώσεις των διαστημάτων θα είναι όμοιες με αυτές του ερωτήματος (α). Από τη γεωμετρία του σχήματος αυτή τη φορά έχουμε:

$$s_1 + s_2 = (AB)$$

Αντικαθιστώντας στην προηγούμενη εξίσωση τις (1) και (2), έχουμε:

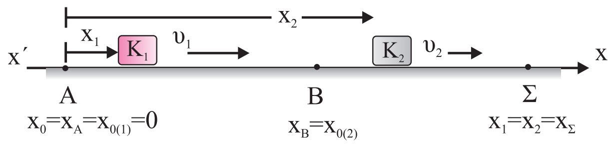
$$\upsilon_1 t + \upsilon_2 t = (AB) \Rightarrow t = \frac{(AB)}{\upsilon_1 + \upsilon_2} \Rightarrow t = \frac{60}{8+2} s \Rightarrow t = 6s$$

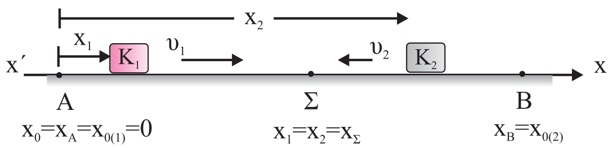
Η απόσταση που ζητάμε είναι $s_1 = (8 \cdot 6)m$, άρα $s_1 = (A\Sigma) = 48m$.

2ος τρόπος

Θα εφαρμόσουμε όσα αναφέραμε στη θεωρία, σχετικά με την περιγραφή της κίνησης των σωμάτων σε μια ευθεία γραμμή που ονομάζουμε άξονα x΄x.

Επιλέγουμε αυθαίρετα ένα «βολικό» σημείο ως αρχή του άξονα (θέση $x_0 = 0$). Η επιλογή γίνεται ώστε να προκύψουν πιο απλές εξισώσεις για την περιγραφή των κινήσεων των σωμάτων στη συγκεκριμένη περίπτωση. Οι θέσεις, οι μετατοπίσεις και οι ταχύτητες των σωμάτων είναι διανυσματικά φυσικά μεγέθη. Η κατεύθυνσή τους περιγράφεται με θετικό ή αρνητικό πρόσημο.





Ο άξονας x΄x διέρχεται από το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ. Αρχή του άξονα είναι το σημείο $A(x_A = x_0 = 0)$. Θετική θεωρούμε την κατεύθυνση της ταχύτητας $υ_1$. Η θέση του σημείου Β είναι $x_B = 60m$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ οι θέσεις των δύο κινητών είναι αντίστοιχα $x_{0(1)} = x_A = 0$ και $x_{0(2)} = x_B = 60m$.

Για το κινητό K_1 έχουμε:

$$υ_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t} \Rightarrow υ_1 = \frac{x_1 - x_{0(1)}}{t - t_0} \Rightarrow υ_1 = \frac{x_1 - 0}{t - 0} \Rightarrow x_1 = υ_1 t \quad (1)$$

Για το κινητό K_2 έχουμε:

$$υ_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t} \Rightarrow υ_2 = \frac{x_2 - x_{0(2)}}{t - t_0} \Rightarrow υ_2 = \frac{x_2 - x_{0(2)}}{t - 0} \Rightarrow x_2 = υ_2 t + x_{0(2)} \quad (2)$$

Παρατήρηση

Ένα σώμα εμφανίζει αρχική απομάκρυνση, όταν τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ δε βρίσκεται στο σημείο που θεωρήσαμε αρχή του άξονα της κίνησής του.

Στο συγκεκριμένο θέμα, το κινητό K_2 έχει αρχική απομάκρυνση $x_{0(2)} = x_B = 60m$.

Τη στιγμή που τα κινητά συναντιούνται βρίσκονται στην ίδια θέση Σ, άρα είναι $x_1 = x_2$. Αντικαθιστώντας τις (1) και (2), έχουμε:

$$\upsilon_1 t = \upsilon_2 t + x_{0(2)} \Rightarrow \upsilon_1 t - \upsilon_2 t = x_{0(2)} \Rightarrow (\upsilon_1 - \upsilon_2)t = x_{0(2)} \Rightarrow t = \frac{x_{0(2)}}{\upsilon_1 - \upsilon_2} \quad (3)$$

α) Στην πρώτη περίπτωση η ταχύτητα του κινητού K_2 είναι θετική, επομένως από τη σχέση (3) έχουμε $t = \frac{60}{8-2}$s, άρα $t = 10$s.

Από τη σχέση (1) έχουμε $x_1 = (8 \cdot 10)$m, άρα $x_1 = (ΑΣ) = 80$m.

β) Στη δεύτερη περίπτωση η ταχύτητα του κινητού K_2 είναι αρνητική, $\upsilon_2 = -2\text{m/s} =$ $=$ σταθερό, επομένως από τη σχέση (3) έχουμε $t = \frac{60}{8-(-2)}\text{s} \Rightarrow t = \frac{60}{8+2}$s, άρα $t = 6$s.

Από τη σχέση (1) έχουμε $x_1 = (8 \cdot 6)$m, άρα $x_1 = (ΑΣ) = 48$m.

Παρατηρήσεις

- Με τον 2ο τρόπο, όταν τα δύο κινητά συναντιούνται, οι θέσεις τους συμπίπτουν.
- Με την εξίσωση (3) προσδιορίζουμε τη χρονική στιγμή της συνάντησης των κινητών ανεξάρτητα από τη διαφοροποίηση στη γεωμετρία του σχήματος.

1.5. Από σημείο Α κάποια στιγμή περνά κινητό K_1, που κινείται ευθύγραμμα προς σημείο Β με σταθερή ταχύτητα μέτρου 3m / s. Τέσσερα δευτερόλεπτα μετά την παραπάνω στιγμή περνά από το σημείο Β δεύτερο κινητό K_2, που κινείται επίσης ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα μέτρου 5m / s προς το σημείο Α. Η απόσταση μεταξύ των σημείων είναι (ΑΒ) = 72m. Να υπολογίσετε:

α) σε πόσο χρόνο μετά τη διέλευση του K_1 από το σημείο Α και σε ποια απόσταση από το ίδιο σημείο θα συναντηθούν τα δύο κινητά,

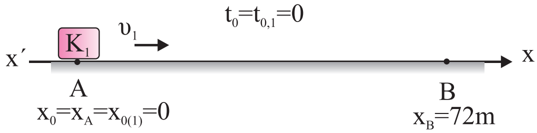
β) πόσο χρόνο μετά τη διέλευση του πρώτου κινητού από το σημείο Α πρέπει να περάσει το δεύτερο από το σημείο Β, ώστε να συναντηθούν στο μέσο του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ.

Λυση

Για τη λύση αυτού του θέματος θα εργαστούμε όπως στον 2ο τρόπο της λυμένης άσκησης 1.4.

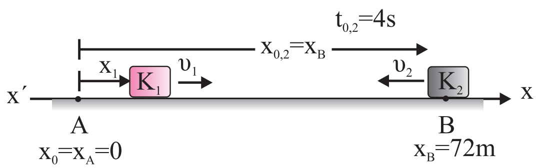
Σχολιο

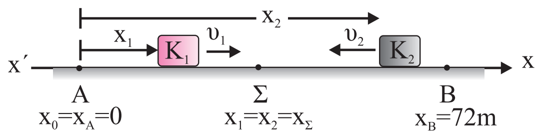
Ο 2ος αυτός τρόπος είναι αυστηρότερος σε σχέση με τη μαθηματική περιγραφή της κίνησης των σωμάτων. Αρχικά λοιπόν φαίνεται να είναι πιο απαιτητικός. Αφού όμως γίνει κατανοητός, μπορεί να περιγράψει τελικά **πιο απλά και άμεσα** τις κινήσεις των σωμάτων, κυρίως σε πιο σύνθετες περιπτώσεις στις οποίες περιγράφουμε τις κινήσεις δύο σωμάτων ή ακόμη και ενός σώματος που στη διάρκεια της κίνησής του αλλάζει φορά.



Στο διπλανό σχήμα ο άξονας x΄x διέρχεται από το ευθύγραμμο τμήμα AB. Αρχή του άξονα είναι το σημείο A $(x_A = x_0 = 0)$. Θετική θεωρούμε την κατεύθυνση της ταχύτητας του πρώτου κινητού υ_1, επομένως η θέση του σημείου B είναι $x_B = 72m$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = t_{0(1)} = 0$ το K_1 περνά από το σημείο A, δηλαδή $x_{0(1)} = 0$.

α) Το κινητό K_2 περνά από το σημείο B $\left(x_{0(2)} = x_B = 72m\right)$ με αρνητική ταχύτητα υ_2 τη χρονική στιγμή $t_{0(2)} = 4s$.





Για το κινητό K_1 έχουμε:

$$\upsilon_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t} \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{x_1 - x_{0(1)}}{t - t_{0(1)}} \Rightarrow$$

$$\upsilon_1 = \frac{x_1 - 0}{t - 0} \Rightarrow x_1 = \upsilon_1 t \quad (1)$$

Για το κινητό K_2 έχουμε:

$$\upsilon_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t} \Rightarrow \upsilon_2 = \frac{x_2 - x_{0(2)}}{t - t_{0(2)}} \Rightarrow \upsilon_2\left(t - t_{0(2)}\right) = x_2 - x_{0(2)} \Rightarrow x_2 = \upsilon_2\left(t - t_{0(2)}\right) + x_{0(2)} \quad (2)$$

Τα δύο κινητά συναντιούνται στο σημείο Σ, επομένως $x_1 = x_2$.

Αντικαθιστώντας τις (1) και (2), έχουμε:

$$\upsilon_1 t = \upsilon_2\left(t - t_{0(2)}\right) + x_{0(2)} \Rightarrow \upsilon_1 t - \upsilon_2 t = x_{0(2)} - \upsilon_2 t_{0(2)} \Rightarrow$$

$$t = \frac{x_{0(2)} - \upsilon_2 t_{0(2)}}{\upsilon_1 - \upsilon_2} \Rightarrow t = \frac{72-(-5)\cdot 4}{3-(-5)}\text{s} \Rightarrow t = \frac{92}{8}\text{s, άρα } t = 11{,}5\text{s}$$

Από τη σχέση (1) έχουμε $x_1 = (3\cdot 11{,}5)\text{m}$, άρα $x_1 = (\text{ΑΣ}) = 34{,}5\text{m}$.

β) Πρέπει να υπολογίσουμε τη χρονική στιγμή $t_{0(2)}$, που το κινητό K_2 περνά από το σημείο Β $\left(x_{0(2)} = x_B = 72\text{m}\right)$ με αρνητική ταχύτητα υ_2. Τα δύο κινητά συναντιούνται στο μέσο του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ, επομένως $x_1 = x_2 = \frac{(\text{ΑΒ})}{2}$.

Από τη σχέση (1) έχουμε:

$$\upsilon_1 t = \frac{(\text{ΑΒ})}{2} \Rightarrow t = \frac{(\text{ΑΒ})}{2\upsilon_1} \Rightarrow t = \frac{72}{2\cdot 3}\text{s} \Rightarrow t = 12\text{s}$$

Με τη σχέση (2) υπολογίζουμε τη χρονική στιγμή $t_{0(2)}$:

$$\upsilon_2\left(t - t_{0(2)}\right) + x_{0(2)} = \frac{(\text{ΑΒ})}{2} \Rightarrow \upsilon_2 t - \upsilon_2 t_{0(2)} + x_{0(2)} = \frac{(\text{ΑΒ})}{2} \Rightarrow$$

$$\upsilon_2 t + x_{0(2)} - \frac{(\text{ΑΒ})}{2} = \upsilon_2 t_{0(2)} \Rightarrow t_{0(2)} = \frac{\upsilon_2 t + x_{0(2)} - \frac{(\text{ΑΒ})}{2}}{\upsilon_2} \Rightarrow$$

$$t_{0(2)} = \frac{(-5)\cdot 12 + 72 - \frac{72}{2}}{-5}\text{s, άρα } t_{0(2)} = 4{,}8\text{s}$$

1.6. Τα σημειακά αντικείμενα Σ_1 και Σ_2 κινούνται στον άξονα x. Η εξίσωση κίνησης του Σ_1 είναι $x_1 = 3t$ (S.I.). Το Σ_2 κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου 5m/s προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ βρίσκεται στο σημείο Α, στη θέση +48m.

α) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του Σ_1 και να γράψετε την εξίσωση κίνησης του Σ_2.

β) Ποια θα είναι η απόσταση μεταξύ των Σ_1 και Σ_2 τη χρονική στιγμή $t = 3\text{s}$;

γ) Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή της συνάντησής τους και τη θέση του σημείου συνάντησης.

δ) Να υπολογίσετε τις χρονικές στιγμές που η απόσταση μεταξύ των Σ_1 και Σ_2 είναι 40m.

ε) Ποια θα είναι η θέση του Σ_2 τη χρονική στιγμή που το Σ_1 περνά από το σημείο Α;

στ) Να σχεδιάσετε σε κοινούς άξονες τις γραφικές παραστάσεις θέσης - χρόνου και διαστήματος - χρόνου των Σ_1 και Σ_2 από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή που το Σ_1 περνά από το σημείο Α.

ΛΥΣΗ

α) Η εξίσωση κίνησης του Σ_1 είναι πρώτου βαθμού ως προς τον χρόνο, επομένως η κίνησή του είναι ευθύγραμμη ομαλή και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ είναι $x_1 = 0$. Συγκρίνουμε την εξίσωση κίνησης του Σ_1 με την εξίσωση $x_1 = \upsilon_1 t$.

Η ταχύτητα του Σ_1 είναι $\upsilon_1 = 3\text{m}/\text{s}$.

Το Σ_2 κινείται με σταθερή ταχύτητα προς την αρνητική κατεύθυνση και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ βρίσκεται στη θέση $x_{0(2)} = +48\text{m}$:

$$\upsilon_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t} \Rightarrow \upsilon_2 = \frac{x_2 - x_{0(2)}}{t - t_0} \Rightarrow \upsilon_2 = \frac{x_2 - x_{0(2)}}{t - 0} \Rightarrow$$

$$\upsilon_2 t = x_2 - x_{0(2)} \Rightarrow -5t = x_2 - 48 \Rightarrow x_2 = -5t + 48 \quad \text{(S.I.)}$$

β) Υπολογίζουμε τις θέσεις των Σ_1 και Σ_2 τη χρονική στιγμή $t = 3\text{s}$:

$$x_1 = 3t \Rightarrow x_1 = (3 \cdot 3)\text{m} \Rightarrow x_1 = 9\text{m}$$

$$x_2 = -5t + 48 \Rightarrow x_2 = (-5 \cdot 3 + 48)\text{m} \Rightarrow x_2 = 33\text{m}$$

Παρατήρηση

Από τα Μαθηματικά γνωρίζουμε ότι η απόσταση d μεταξύ δύο σημείων του άξονα x΄x, με θέσεις x_1 και x_2 αντίστοιχα, δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{d = |x_1 - x_2| = |x_2 - x_1|}$$

Επομένως η απόσταση μεταξύ τους θα είναι:

$$d = |x_1 - x_2| \Rightarrow d = |9 - 33|\text{m} \Rightarrow d = |-24|\text{m}, \text{ άρα } d = 24\text{m}$$

γ) Τα Σ_1 και Σ_2 συναντιούνται τη χρονική στιγμή t_Σ:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow 3t_\Sigma = -5t_\Sigma + 48 \Rightarrow t_\Sigma = \frac{48}{8}\text{s}, \text{ άρα } t_\Sigma = 6\text{s}$$

Υπολογίζουμε τη θέση του σημείου συνάντησης x_Σ με μία από τις εξισώσεις κίνησης:

$$x_\Sigma = 3t_\Sigma \Rightarrow x_\Sigma = (3\cdot 6)\text{m, άρα } x_\Sigma = 18\text{m}$$

δ) Η απόσταση μεταξύ των Σ_1 και Σ_2 είναι $d = |x_1 - x_2|$.

Αρχικά η απομάκρυνση του Σ_2 είναι μεγαλύτερη από την απομάκρυνση του Σ_1 $(x_2 > x_1)$, επομένως:

$$d = x_2 - x_1 \Rightarrow d = -5t_1 + 48 - 3t_1 \Rightarrow 40 = 48 - 8t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{8}{8}\text{s, άρα } t_1 = 1\text{s}$$

Μετά τη συνάντησή τους η απομάκρυνση του Σ_1 γίνεται μεγαλύτερη από την απομάκρυνση του Σ_2 $(x_1 > x_2)$, επομένως:

$$d = x_1 - x_2 \Rightarrow d = 3t_2 - (-5t_2 + 48) \Rightarrow 40 = 8t_2 - 48 \Rightarrow t_2 = \frac{88}{8}\text{s, άρα } t_2 = 11\text{s}$$

ε) Υπολογίζουμε τη χρονική στιγμή που το Σ_1 περνά από το σημείο Α:

$$x_1 = x_A \Rightarrow 3t = 48 \Rightarrow t = \frac{48}{3}\text{s} \Rightarrow t = 16\text{s}$$

Την ίδια χρονική στιγμή η θέση του Σ_2 θα είναι:

$$x_2 = -5t + 48 \Rightarrow x_2 = (-5\cdot 16 + 48)\text{m, άρα } x_2 = -32\text{m}$$

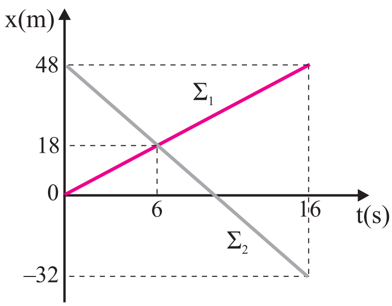
στ) Οι εξισώσεις κίνησης των Σ_1 και Σ_2 είναι πρώτου βαθμού ως προς τον χρόνο, επομένως οι γραφικές παραστάσεις θέσης - χρόνου είναι ευθείες.

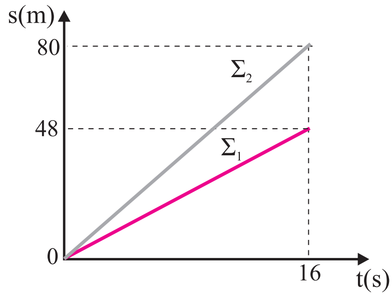
Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ είναι $x_{0(1)} = 0$ και $x_{0(2)} = +48\text{m}$.

Τη χρονική στιγμή $t = 16\text{s}$ είναι $x_1 = +48\text{m}$ και $x_2 = -32\text{m}$.

Στην ε.ο.κ. το διάστημα αυξάνεται ανάλογα με τον χρόνο. Για το Σ_1 οι γραφικές παραστάσεις θέσης και διαστήματος συμπίπτουν. Το διάστημα που διανύει το Σ_2 είναι:

$$s_2 = |\Delta x_2| \Rightarrow s_2 = |\upsilon_2 t| \Rightarrow s_2 = |-5\cdot 16|\text{m} \Rightarrow s_2 = 80\text{m}$$





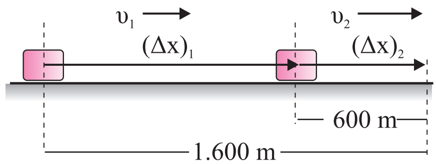
1.7. Ένας αθλητής θέλει να τρέξει μια ευθύγραμμη απόσταση 1.600m σε 5min με σταθερή ταχύτητα. Ακριβώς 600m πριν από το τέλος καταλαβαίνει ότι στον τερματισμό θα έχει καθυστερήσει κατά 20s σε σχέση με τον στόχο του.

α) Ποια είναι η ταχύτητα του αθλητή μέχρι τη στιγμή αυτή;

β) Με ποια σταθερή ταχύτητα πρέπει να τρέξει τα τελευταία 600m, ώστε να τερματίσει πετυχαίνοντας τον στόχο του;

ΛΥΣΗ

α) Ο αθλητής καταλαβαίνει ότι θα τερματίσει τα 1.600m με καθυστέρηση 20s σε σχέση με τον στόχο του, που είναι τα 5min. Επομένως:



$$\Delta t = 5\min + 20s \Rightarrow \Delta t = 5 \cdot 60s + 20s \Rightarrow \Delta t = 320s$$

Η ταχύτητα του αθλητή θα είναι:

$$\upsilon_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{1.600m}{320s} \Rightarrow \upsilon_1 = 5m/s$$

β) Ο αθλητής κινείται με ταχύτητα $\upsilon_1 = 5m/s$ μέχρι τα 600m πριν από το τέρμα. Η απόσταση που έχει διανύσει είναι:

$$(\Delta x)_1 = 1.600m - 600m \Rightarrow (\Delta x)_1 = 1.000m$$

Ο χρόνος που πέρασε θα είναι:

$$\upsilon_1 = \frac{(\Delta x)_1}{(\Delta t)_1} \Rightarrow (\Delta t)_1 = \frac{(\Delta x)_1}{\upsilon_1} \Rightarrow (\Delta t)_1 = \frac{1.000}{5}s \Rightarrow (\Delta t)_1 = 200s$$

Ο στόχος του αθλητή είναι να τερματίσει σε χρόνο $5\min = 5 \cdot 60s = 300s$.
Επομένως πρέπει να διανύσει τα τελευταία 600m σε χρόνο

$$(\Delta t)_2 = 300s - 200s \Rightarrow (\Delta t)_2 = 100s$$

Η ταχύτητά του πρέπει να γίνει λοιπόν:

$$\upsilon_2 = \frac{(\Delta x)_2}{(\Delta t)_2} \Rightarrow \upsilon_2 = \frac{600m}{100s} \Rightarrow \upsilon_2 = 6m/s$$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1.8. Να χαρακτηρίσετε τα παρακάτω φυσικά μεγέθη ως μονόμετρα (Μ) ή διανυσματικά (Δ) και να γράψετε για καθένα από αυτά τη μονάδα μέτρησής του στο S.I.

α) χρονικό διάστημα **β)** μετατόπιση

γ) ταχύτητα **δ)** διάστημα

1.9. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με τη λέξη Σωστό (Σ), αν η πρόταση είναι σωστή, ή με τη λέξη Λάθος (Λ), αν είναι λανθασμένη.

α) Η θέση και η μετατόπιση ενός σημειακού αντικειμένου είναι διανυσματικά φυσικά μεγέθη.

β) Δύο μετατοπίσεις είναι δυνατόν να έχουν την ίδια κατεύθυνση, αλλά να μην έχουν την ίδια διεύθυνση.

γ) Μετατόπιση και διάστημα είναι το ίδιο φυσικό μέγεθος.

δ) Μετατόπιση και μεταβολή θέσης είναι το ίδιο φυσικό μέγεθος.

ε) Όταν η ολική μετατόπιση ενός σώματος είναι μηδενική, τότε οπωσδήποτε το σώμα επιστρέφει στην αρχική του θέση.

στ) Η μετατόπιση ενός σώματος είναι οπωσδήποτε θετική, όταν η αρχική του θέση είναι αρνητική και η τελική του θέση είναι θετική.

ζ) Η μετατόπιση ενός σημειακού αντικειμένου είναι οπωσδήποτε θετική, όταν η αρχική και η τελική του θέση είναι θετικές.

1.10. Ποιες από τις παρακάτω μπορεί να είναι μονάδες μέτρησης μετατόπισης;

α) 1km **β)** $1\text{km}/\text{s}$ **γ)** 1cm **δ)** -1cm

ε) 1m^2 **στ)** 1mm **ζ)** 1mL

1.11. Ένα σώμα μετατοπίζεται κατά $\Delta x = -5\text{m}$. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι οπωσδήποτε σωστές;

α) Το σώμα μετατοπίστηκε προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα.

β) Το σώμα βρίσκεται τελικά στη θέση $x = -5\text{m}$.

γ) Η τελική θέση του σώματος είναι αρνητική.
δ) Το διάστημα που διανύει το σώμα είναι 5m.

1.12. Ένα σώμα μετατοπίζεται από τη θέση $x_1 = -2m$ στη θέση $x_2 = +2m$. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;
α) Η μετατόπιση του σώματος είναι μηδενική.
β) Το διάστημα που διανύει το σώμα είναι μηδενικό.
γ) Η μετατόπιση του σώματος είναι $\Delta x = +4m$.
δ) Η μετατόπιση του σώματος είναι $\Delta x = +2m$.
ε) Το διάστημα που διανύει το σώμα είναι $s = 2m$.
στ) Το διάστημα που διανύει το σώμα είναι $s = 4m$.

1.13. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με τη λέξη Σωστό (Σ), αν η πρόταση είναι σωστή, ή με τη λέξη Λάθος (Λ), αν είναι λανθασμένη.
α) Η ταχύτητα είναι ο ρυθμός μεταβολής της θέσης ενός σώματος.
β) Η ταχύτητα είναι ο ρυθμός μεταβολής της μετατόπισης ενός σώματος.
γ) Στο S.I. η μονάδα μέτρησης της μέσης ταχύτητας είναι το $1km/h$.
δ) Η ταχύτητα $1m/s$ είναι ίση με την ταχύτητα $1km/h$.
ε) Η ταχύτητα ενός σώματος είναι ίδια, ανεξάρτητα από τη μονάδα μέτρησης με την οποία τη μετράμε.
στ) Ταχύτητα υ ενός σώματος είναι το γινόμενο της μετατόπισής του Δx επί το χρονικό διάστημα Δt μέσα στο οποίο γίνεται η μετατόπιση.
ζ) Η ταχύτητα και η μετατόπιση έχουν πάντοτε την ίδια κατεύθυνση.

1.14. Ποιες από τις παρακάτω μπορεί να είναι μονάδες μέτρησης ταχύτητας;
α) $1km/s$ **β)** $1kg/s$ **γ)** $1cm/s$ **δ)** $1m^2/s$ **ε)** $1m/h$

1.15. Ποια από τις παρακάτω μπορεί να είναι η ταχύτητα ενός σαλιγκαριού;
α) $3m/s$ **β)** $3km/h$ **γ)** $3km/s$ **δ)** $3m/h$

1.16. Με ποιες από τις παρακάτω ταχύτητες μπορεί να τρέξει ή να περπατήσει συνήθως ένας άνθρωπος;

Κ Ι Ν Η Τ Ι Κ Η ⟷ (1ος ΤΡΟΠΟΣ) ⟷ **Δ Υ Ν Α Μ Ι Κ Η** ⟷ (2ος ΤΡΟΠΟΣ) ⟷ **Ε Ρ Γ Ο & Ε Ν Ε Ρ Γ Ε Ι Α**

Κ Ι Ν Η Τ Ι Κ Η

Ευθ. ομ. κίν.

$$\alpha = 0$$

$$\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{σταθερό}$$

$$\Delta x = \upsilon \Delta t \text{ ή } x = \upsilon t$$

Ευθ. ομ. μετ. κίν.

$$\alpha = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \text{σταθερό}$$

$$\upsilon = \upsilon_0 \pm \alpha \Delta t \text{ ή } \upsilon = \upsilon_0 \pm \alpha t$$

$$\Delta x = \upsilon_0 \Delta t \pm \frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2 \text{ ή } x = \upsilon_0 t \pm \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$\longrightarrow \boxed{\vec{\alpha}} \longrightarrow$

$\longleftarrow \boxed{\vec{\alpha}} \longleftarrow$

ΜΟΝΟ όταν $\vec{\alpha} = \text{σταθερό}$, δηλαδή $\vec{F}_{ολ} = \text{σταθερό}$

Δ Υ Ν Α Μ Ι Κ Η

1ος νόμος Newton (της αδράνειας)

$\boxed{\vec{F}_{ολ} = 0} \longleftrightarrow$ $\vec{\upsilon} = \text{σταθερό}$:

- $\upsilon = 0$ διαρκής ακινησία
- $\upsilon \neq 0$ ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

2ος νόμος Newton (της επιτάχυνσης)

$\boxed{\vec{F}_{ολ} \neq 0} \xleftrightarrow{\text{m σταθερό}} \boxed{\vec{\alpha} = \frac{\vec{F}_{ολ}}{m} \text{ ή } \vec{F}_{ολ} = m\vec{\alpha}}$

Έργο W

Ε Ρ Γ Ο & Ε Ν Ε Ρ Γ Ε Ι Α

Έργο W:

α) W = Fxσυνφ, μόνο για F σταθερό,
β) από το εμβαδόν της γραφικής, παράστασης F – x,
γ) $W_{F_{συντ}} = -\Delta U$,
δ) από το Θ.Μ.Κ.Ε.,
ε) από την Α.Δ.Ε.

Θ.Μ.Κ.Ε.: $\Delta K = \Sigma W$, άρα $K_{τελ} - K_{αρχ} = W_1 + W_2 + \ldots$

Ισχύει πάντα για ένα σώμα.

Α.Δ.Μ.Ε.: $E_{αρχ} = E_{τελ}$, άρα $U_{αρχ} + K_{αρχ} = U_{τελ} + K_{τελ}$

Ισχύει και για συστήματα σωμάτων, όταν ασκούνται μόνο συντηρητικές δυνάμεις ή και μη συντηρητικές που δεν παράγουν έργο.

Α.Δ.Ε.: $E_{αρχ} + E_{προσφερ} = E_{τελ} + E_{απώλ}$

Ισχύει πάντα.

ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ Α

$x_A, \quad t_A, \quad \upsilon_A$

1ος ΤΡΟΠΟΣ ⟷

Ισχύει ΜΟΝΟ όταν α = σταθερό, δηλαδή $F_{ολ}$ = σταθερό.

2ος ΤΡΟΠΟΣ ⟷

Ισχύει ΣΕ ΚΑΘΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ.

ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ Β

$x_B, \quad t_B, \quad \upsilon_B$