

ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ ΠΑΠΑΘΕΟΔΩΡΟΥ

ΦΥΣΙΚΗ Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
ΕΡΩΤΗΣΕΩΝ, ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ ΚΑΙ
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ
ΤΟΥ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

Α΄ ΜΕΡΟΣ

Το παρόν ένθετο συνοδεύει το βιβλίο *Φυσική Β΄ Λυκείου, γενικής παιδείας – Α΄ τόμος* του Χαράλαμπου Παπαθεοδώρου (με ISBN 978-960-16-5922-0) και **δεν πωλείται χωριστά.** [BKM E09922]



ΕΚΔΟΣΕΙΣ
ΠΑΤΑΚΗ

1. ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ

Ερωτήσεις – Δραστηριότητες

1.1 Έστω ότι τρίβουμε το μπαλόνι με μάλλινο ύφασμα, οπότε φορτίζεται αρνητικά (ηλέκτριση με τριβή).

Όταν το μπαλόνι πλησιάζει προς τον τοίχο, τα άτομα του τοίχου που είναι κοντά στο μπαλόνι πολώνονται με τέτοιο τρόπο ώστε το θετικό τους τμήμα να βρίσκεται προς τη μεριά του μπαλονιού (ηλέκτριση με επαγωγή).

Έτσι το μπαλόνι έλκεται από τον τοίχο και κολλάει σ' αυτόν.

1.2 Το πλαστικό μέρος του σιλό φορτίζεται αρνητικά μετά το τρίψιμο με το ύφασμα. Όταν πλησιάσουμε το σιλό στη «φλέβα» του νερού, το μέρος της «φλέβας» που είναι απέναντι από το σιλό φορτίζεται θετικά και το αντίθετο μέρος φορτίζεται αρνητικά (ηλέκτριση με επαγωγή).

Το θετικό μέρος της «φλέβας» δέχεται ελκτική δύναμη με μέτρο μεγαλύτερο από το μέτρο της απωστικής δύναμης που δέχεται το αρνητικό μέρος της «φλέβας».

Επομένως, η «φλέβα» νερού πλησιάζει προς το σιλό.

1.3 (α) Ο δείκτης αποκλίνει από την αρχική κατακόρυφη θέση του.

(β) Τα ηλεκτρόνια του σφαιριδίου απωθούνται προς τον δείκτη που φορτίζεται αρνητικά, ενώ το σφαιρίδιο φορτίζεται θετικά.

(γ) Το ηλεκτροσκόπιο δεν έρχεται σε επαφή με άλλο σώμα, ώστε να μετακινηθούν ηλεκτρόνια. Άρα, το συνολικό του φορτίο παραμένει μηδέν.

1.4 α) Κάθε σημειακό ηλεκτρικό φορτίο ασκεί δύναμη σε κάθε άλλο σημειακό ηλεκτρικό φορτίο. Το μέτρο της δύναμης είναι ανάλογο του γινομένου των φορτίων που αλληλεπιδρούν και αντιστρόφως ανάλογο με το τετράγωνο της μεταξύ τους απόστασης.

β) Τα φορτία μετριούνται σε C , η δύναμη σε N , η απόσταση σε m και η ηλεκτρική σταθερά k σε $N \cdot m^2 / C^2$.

$$1.5 F_c = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}, \quad F_N = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Ομοιότητες:

- Οι δυνάμεις F_c, F_N έχουν μέτρο αντιστρόφως ανάλογο του τετραγώνου της απόστασης μεταξύ των φορτίων ή των μαζών αντίστοιχα.
- Οι δυνάμεις F_c, F_N έχουν τη διεύθυνση της ευθείας που ενώνει τα δύο φορτία ή τις μάζες αντίστοιχα (κεντρικές δυνάμεις).
- Οι δυνάμεις F_c, F_N έχουν μέτρο ανάλογο του γινομένου των φορτίων ή των μαζών αντίστοιχα.
- Οι σταθερές k και G έχουν τιμή που εξαρτάται από το σύστημα μονάδων.

Διαφορές:

- Οι δυνάμεις μεταξύ των ηλεκτρικών φορτίων μπορεί να είναι είτε ελκτικές είτε απωστικές, ενώ οι δυνάμεις μεταξύ των μαζών είναι πάντα ελκτικές.
- Η σταθερά k εξαρτάται και από το μονωτικό υλικό που παρεμβάλλεται μεταξύ των φορτίων, ενώ η σταθερά G δεν εξαρτάται από το υλικό μεταξύ των μαζών.

$$1.6 F_c = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

$$(a) F'_c = k \frac{|2q_1 q_2|}{r^2} = 2F_c$$

$$(β) F_c'' = k \frac{|2q_1 q_2|}{r^2} = F_c$$

$$(γ) F_c''' = k \frac{|2q_1 \cdot 2q_2|}{r^2} = 4F_c$$

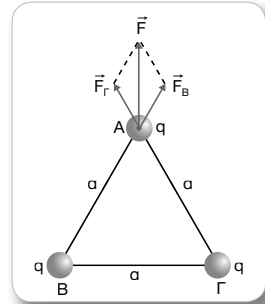
$$1.7 F_c = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

$$(α) F_c' = 4F_c \quad \text{ή} \quad k \frac{|q_1 q_2|}{r'^2} = 4k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \quad \text{ή} \quad r'^2 = \frac{r^2}{4} \quad \text{ή} \quad r' = \frac{r}{2}$$

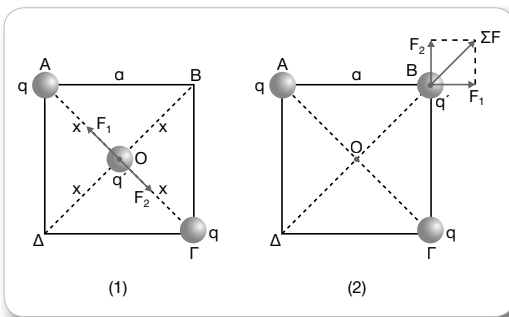
$$(β) F_c'' = \frac{F_c}{4} \quad \text{ή} \quad k \frac{|q_1 q_2|}{r''^2} = \frac{1}{4} k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \quad \text{ή} \quad r''^2 = 4r^2 \quad \text{ή} \quad r'' = 2r$$

$$1.8 F_B = F_T = k \frac{q^2}{\alpha^2}$$

Επομένως, το παραλληλόγραμμο που σχηματίζεται από τις δυνάμεις F_B και F_T είναι ρόμβος και η συνισταμένη F των F_B , F_T διχοτομεί τη γωνία που σχηματίζουν τα διανύσματα \vec{F}_B και \vec{F}_T . Άρα, η συνισταμένη \vec{F} έχει κατακόρυφη διεύθυνση και φορά προς τα πάνω.



1.9



Στην περίπτωση (1) : $\Sigma F = F_1 - F_2 = k \frac{|qq'|}{x^2} - k \frac{|qq'|}{x^2} = 0$

Στην περίπτωση (2) : $\Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad \text{ή} \quad \Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} > 0$

1.10 Ένταση \vec{E} σε σημείο ηλεκτρικού πεδίου ονομάζουμε το φυσικό διανυσματικό μέγεθος που έχει μέτρο ίσο με το πηλίκο του μέτρου της δύναμης που ασκείται σε φορτίο q που βρίσκεται σ' αυτό το σημείο προς το φορτίο αυτό και κατεύθυνση την κατεύθυνση της δύναμης, αν αυτή ασκείται σε θετικό φορτίο. Δηλαδή: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$

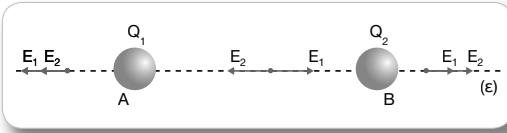
1.11 (γ)

1.12 ανάλογο, αντιστρόφως ανάλογο του **τετραγώνου** της απόστασης, φορτίο, πρόσημο

1.13 (α) Λάθος (β) Σωστή (γ) Σωστή

1.14 (α) Σωστή (β) Σωστή (γ) Σωστή (δ) Λάθος

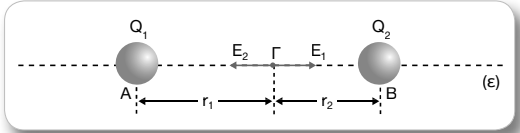
1.15



(I) γ: Η ένταση είναι μηδέν σε κάποιο σημείο του ευθύγραμμου τμήματος AB όπου οι εντάσεις \vec{E}_1 και \vec{E}_2 είναι αντίθετες.

(II) δ: $\vec{E}_\Gamma = 0$ ή $E_1 - E_2 = 0$ ή $E_1 = E_2$ ή

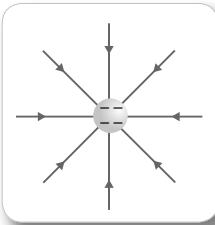
$$k \frac{Q_1}{r_1^2} = k \frac{Q_2}{r_2^2} \quad \text{ή} \quad \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{2Q_2}{Q_2} = 2 \quad \text{ή} \quad \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{2}$$



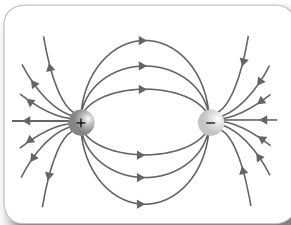
1.16 δυναμικών, ένταση, τέμνονται, μεγαλύτερη

1.17 (α) Σωστή (β) Λάθος (γ) Σωστή

1.18 (α)

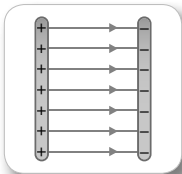


(β)



1.19 (α) Λάθος (β) Σωστή (γ) Σωστή (δ) Λάθος (ε) Λάθος

1.20

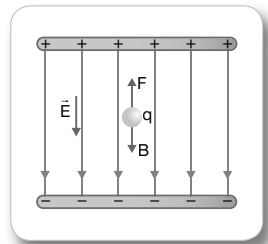


1.21 (α) Η σταγόνα δέχεται τη δύναμη F από το ηλεκτροστατικό πεδίο και το βάρος B.

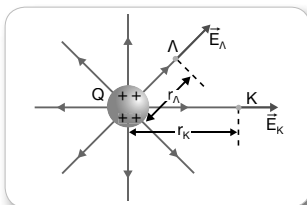
Επειδή η σταγόνα ισορροπεί, ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \quad \text{ή} \quad \vec{F} + \vec{B} = 0 \quad \text{ή} \quad \vec{F} = -\vec{B}$$

(β) Εφόσον η δύναμη F έχει φορά προς τα πάνω και η σταγόνα έχει αρνητικό φορτίο, θετικά φορτισμένη είναι η πάνω πλάκα.

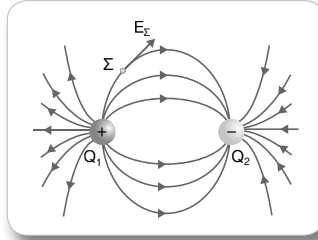


1.22 (α), (β)



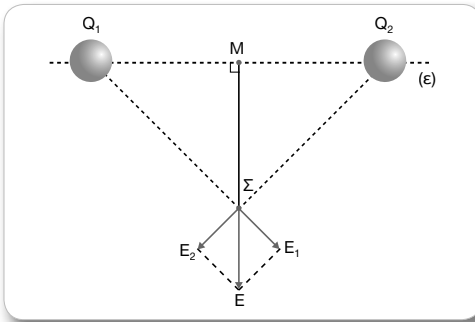
$$(γ) \frac{E_K}{E_\Lambda} = \frac{k \frac{Q}{r_K^2}}{k \frac{Q}{r_\Lambda^2}} = \frac{r_\Lambda^2}{r_K^2} = \frac{r_\Lambda^2}{(2r_\Lambda^2)} = \frac{1}{4}$$

1.23 (α) Γνωρίζουμε ότι οι δυναμικές γραμμές ξεκινούν από τα θετικά και καταλήγουν στα αρνητικά φορτία. Άρα, το Q_1 είναι θετικό και το Q_2 αρνητικό.



(β) Το διάνυσμα της έντασης είναι εφαπτόμενο στη δυναμική γραμμή που διέρχεται από το σημείο Σ .

1.24



(α) Σχεδιάζουμε τις εντάσεις E_1 και E_2 των ηλεκτρικών πεδίων που δημιουργούν τα φορτία Q_1 και Q_2 αντίστοιχα και τις προσθέτουμε διανυσματικά, όπως φαίνεται στο σχήμα.

(β) Τα φορτία Q_1 και Q_2 είναι ίσα και ισοπέχουν από το σημείο Σ . Επομένως: $E_1 = E_2$

Άρα, το παραλληλόγραμμο που σχηματίζουν οι εντάσεις E_1 και E_2 είναι ρόμβος και η συνισταμένη ένταση E διχοτομεί τη γωνία των διανυσμάτων \vec{E}_1 και \vec{E}_2 και επομένως έχει ίδια διεύθυνση με το ευθύγραμμο τμήμα $M\Sigma$.

(γ) Η κατεύθυνση της δύναμης είναι αντίθετη από την κατεύθυνση της έντασης E .

1.25 συστήματος, $k \frac{q_1 q_2}{r}$, 1J, αρνητικό (θετικό), ελκτικές (απωστικές)

1.26 (γ)

1.27

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΔΥΟ ΦΟΡΤΙΩΝ	ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ
• Θετική δυναμική ενέργεια	• δυνάμεις ελκτικές
• Αρνητική δυναμική ενέργεια	• άπειρη απόσταση
• Δυναμική ενέργεια ίση με το μηδέν	• μηδενική απόσταση
	• ομόσημα φορτία

1.28 (α) Σωστή (β) Λάθος (γ) Λάθος (δ) Λάθος

1.29 (α) Σωστό (β) Σωστό (γ) Σωστό (δ) Λάθος

1.30 (α) Λάθος (β) Σωστό (γ) Λάθος

1.31 Δυναμικό σε μία θέση (Γ) ηλεκτρικού πεδίου ονομάζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που είναι ίσο με το πηλίκιο της δυναμικής ενέργειας φορτίου q στη θέση (Γ) προς το φορτίο αυτό.

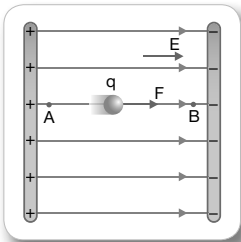
Το δυναμικό δίνεται από τη σχέση: $V_{\Gamma} = \frac{U_{\Gamma}}{q}$

1.32 μονόμετρο, δυναμική, μονάδα

1.33 1V , V , 1C , J

1.34 (α) Λάθος (β) Σωστή (γ) Σωστή (δ) Λάθος

1.35



Τοποθετούμε θετικό δοκιμαστικό φορτίο $+q$ στο σημείο A του ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου του σχήματος. Το φορτίο δέχεται ηλεκτρική δύναμη F με κατεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα. Το έργο της δύναμης F για τη μετακίνηση του φορτίου q από το σημείο A στο σημείο B δίνεται από τις σχέσεις:

$$W_F^{A \rightarrow B} = F(AB) \sin 0^\circ = F(AB) > 0 \quad (1)$$

$$W_F^{A \rightarrow B} = q(V_A - V_B) \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$q(V_A - V_B) > 0 \quad \text{ή} \quad V_A > V_B$$

Δηλαδή, το φορτίο κινείται από σημείο A υψηλότερου δυναμικού σε σημείο B χαμηλότερου δυναμικού.

1.36 (α) Λάθος: Το πεδίο (II) δεν είναι ομογενές.

(β) Λάθος: Στο πεδίο (I) η ένταση είναι σταθερή.

(γ) Σωστό: Οι δυναμικές γραμμές στο πεδίο (II) είναι πιο πυκνές αριστερά.

(δ) Σωστό: Οι δυναμικές γραμμές ξεκινούν από θετικά και καταλήγουν σε αρνητικά φορτία.

(ε) Σωστό: Κατά τη φορά των δυναμικών γραμμών το δυναμικό μειώνεται.

1.37 (α) Λάθος: Κάθε καμπύλη γραμμή αποτελείται από στοιχειώδη τμήματα που αντιστοιχούν σε κύκλους. Για να κινηθεί ένα σώμα κατά μήκος μίας καμπύλης, θα πρέπει να δέχεται δύναμη που να παίζει τον ρόλο κεντρομόλου δύναμης σε κάθε στοιχειώδες τμήμα της καμπύλης.

Επειδή η ηλεκτρική δύναμη είναι εφαπτόμενη σε κάθε σημείο της δυναμικής γραμμής, πρέπει να ασκείται και άλλη δύναμη ώστε το φορτίο να μετακινηθεί από το A στο B κατά μήκος της δυναμικής γραμμής.

(β) Σωστή

(γ) Σωστή

(δ) Λάθος

1.38 Η διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων (Σ) και (P) ηλεκτρικού πεδίου ισούται με το πηλίκο του έργου της δύναμης του πεδίου κατά τη μεταφορά δοκιμαστικού φορτίου q από τη θέση (Σ) στη θέση (P), προς το φορτίο αυτό. Δηλαδή: $V_{\Sigma P} = \frac{W_{\Sigma \rightarrow P}}{q}$

1.39 σημείων, μεταβολή, μονάδα

1.40 μονόμετρο, V , V , J

1.41 (α) Λάθος: $V_A - V_B = -10V < 0$ ή $V_A < V_B$

Τα θετικά φορτία μετακινούνται από σημεία υψηλότερου σε σημεία χαμηλότερου δυναμικού, επομένως πρέπει να ισχύει $V_A > V_B$.

(β) Σωστή

(γ) Σωστή

(δ) Λάθος: $V_A - V_B = \frac{U_A - U_B}{q}$ ή $U_A - U_B = q(V_A - V_B) = -10J$ ή $U_B = U_A + 10J$

1.42 Χωρητικότητα C ενός πυκνωτή ονομάζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που είναι ίσο με το πηλίκο του ηλεκτρικού φορτίου Q του πυκνωτή, προς την τάση V του πυκνωτή. Δηλαδή: $C = \frac{Q}{V}$

1.43 $C = \frac{Q}{V}$ (1) και $C = \frac{2Q}{V'}$ (2)

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $V' = 2V$

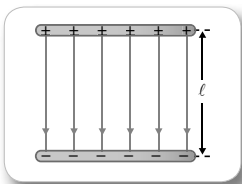
1.44 μονόμετρο, F , C , V , $U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$

1.45 (α)

1.46 (α) Λάθος (β) Λάθος (γ) Σωστή

1.47 (α) Λάθος (β) Σωστή (γ) Σωστή

1.48 (α)



(β) $E = \frac{V}{l}$ ή $E = \frac{Q}{lC}$

$E' = \frac{2Q}{lC} = 2 \frac{Q}{lC} = 2E$

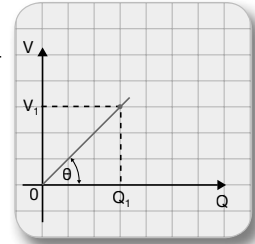
(γ) $W_F = F\ell = Eq\ell = qV = q \frac{Q}{C}$ και $W'_F = q \frac{2Q}{C} = 2q \frac{Q}{C} = 2W_F$

(δ) Το θετικό φορτίο έχει μεγαλύτερη ηλεκτρική δυναμική ενέργεια στη θετική πλάκα, όπως προκύπτει από τη σχέση $U = qV$.

$$1.49 \quad C = \frac{Q}{V} \quad \text{ή} \quad V = \frac{1}{C}Q \quad (1)$$

Όπως προκύπτει από τη σχέση (1), τα μεγέθη Q και V είναι ανάλογα. Επομένως, η γραφική παράσταση $V = f(Q)$ είναι μία ευθεία γραμμή που διέρχεται από την αρχή των αξόνων, όπως φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος.

$$\epsilon\phi\theta = \frac{V_1}{Q_1} = \frac{1}{C}$$



Προβλήματα

1.1 Ο αριθμός N των ηλεκτρονίων που συναποτελούν ένα αρνητικό φορτίο Q υπολογίζεται από τη σχέση:

$$N = \frac{|Q|}{|q_e|}$$

Άρα: α) $N = 0,625 \cdot 10^{19}$ ηλεκτρόνια

β) $N = 0,625 \cdot 10^{16}$ ηλεκτρόνια

γ) $N = 0,625 \cdot 10^{13}$ ηλεκτρόνια

δ) $N = 0,625 \cdot 10^{10}$ ηλεκτρόνια

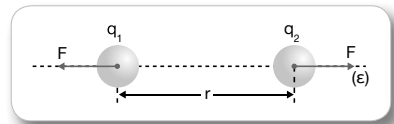
ε) $N = 0,625 \cdot 10^7$ ηλεκτρόνια

1.2 Το μέτρο της δύναμης μεταξύ των φορτίων υπολογίζεται από

τον νόμο του Coulomb $F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$.

α) $F_1 = k \frac{|q_1 q_2|}{r_1^2}$ ή $F_1 = 16 \cdot 10^{-3} \text{N}$

β) $F_2 = k \frac{|q_1 q_2|}{r_2^2}$ ή $F_2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{N}$



1.3 $F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$ ή $r^2 = \frac{k|q_1 q_2|}{F}$ ή $r = \sqrt{\frac{k|q_1 q_2|}{F}}$ ή $r = 2 \cdot 10^{-5} \text{m}$

1.4 Επειδή η ηλεκτρική δύναμη είναι ελκτική, το φορτίο q είναι αρνητικό.

$$F = \frac{k|Qq|}{r^2} \quad \text{ή} \quad |q| = \frac{F \cdot r^2}{k|Q|} \quad \text{ή} \quad |q| = 4 \cdot 10^{-9} \text{C} \quad \text{ή} \quad q = -4 \cdot 10^{-9} \text{C}$$

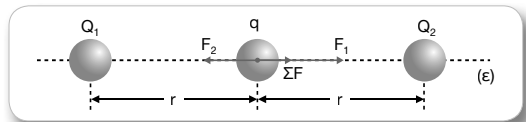
1.5 Το δοκιμαστικό φορτίο q δέχεται τις δυνάμεις F_1 και F_2 από τα φορτία Q_1 και Q_2 αντίστοιχα. Άρα:

$$F_1 = k \frac{|Q_1 q|}{(r/2)^2} \quad \text{ή} \quad F_1 = 43,2 \text{N} \quad \text{και}$$

$$F_2 = k \frac{|Q_2 q|}{(r/2)^2} \quad \text{ή} \quad F_2 = 28,8 \text{N}$$

$$\Sigma F = F_1 - F_2 \quad \text{ή} \quad \Sigma F = 14,4 \text{N}$$

Η φορά της συνισταμένης δύναμης ΣF είναι ίδια με τη φορά της F_1 .



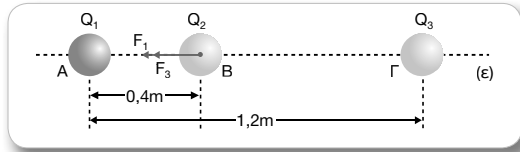
1.6 Το φορτίο Q_2 δέχεται τις δυνάμεις F_1 και F_3 από τα φορτία Q_1 και Q_3 αντίστοιχα.

$$(B\Gamma) = (A\Gamma) - (AB) = 0,8\text{m}$$

$$F_1 = k \frac{|Q_1 Q_2|}{(AB)^2} = 0,34\text{N} \text{ και}$$

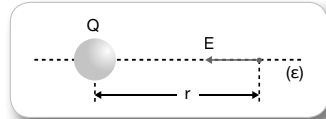
$$F_3 = k \frac{|Q_2 Q_3|}{(B\Gamma)^2} = 0,21\text{N}$$

Η συνισταμένη ηλεκτρική δύναμη δίνεται από τη σχέση: $\Sigma F = F_1 + F_3 = 0,55\text{N}$



1.7 Το μέτρο της έντασης του πεδίου είναι:

$$E = k \frac{|Q|}{r^2} \text{ ή } E = 2 \cdot 10^7 \text{N/C} \text{ και έχει φορά προς το φορτίο-πηγή } Q.$$



1.8 Το μέτρο της έντασης του ηλεκτροστατικού πεδίου Coulomb δίνεται από τη σχέση: $E = k \frac{|Q|}{r^2}$

$$\text{Άρα: } r = \sqrt{\frac{k|Q|}{E}} \text{ ή } r = 100\text{m}$$

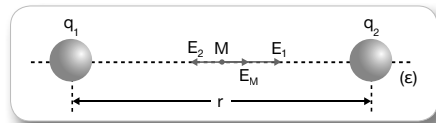
$$1.9 \ E = k \frac{|Q|}{r^2} \text{ ή } |Q| = \frac{Er^2}{k} \text{ ή } Q = 4 \cdot 10^{-22}\text{C}$$

$$1.10 \ E_1 = k \frac{|Q_1|}{(r/2)^2} \text{ ή } E_1 = 36 \cdot 10^5 \text{N/C} \text{ και}$$

$$E_2 = k \frac{|Q_2|}{(r/2)^2} \text{ ή } E_2 = 16 \cdot 10^5 \text{N/C}$$

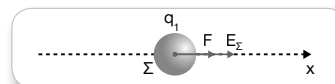
$$\text{Άρα: } E_M = E_1 - E_2 \text{ ή } E_M = 20 \cdot 10^5 \text{N/C}$$

Το διάνυσμα \vec{E}_M έχει ίδια κατεύθυνση με το διάνυσμα \vec{E}_1 .



1.11 α) Η ένταση στο σημείο Σ έχει μέτρο:

$$E_\Sigma = \frac{F}{q_1} \text{ ή } E_\Sigma = 10^3 \text{N/C}$$

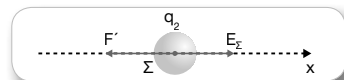


Η κατεύθυνση της έντασης \vec{E}_Σ είναι ίδια με την κατεύθυνση της δύναμης \vec{F} .

β) Το φορτίο q_2 θα δεχτεί δύναμη μέτρου:

$$F' = E|q_2| \text{ ή } F' = 4 \cdot 10^{-3}\text{N}$$

Η κατεύθυνση της δύναμης \vec{F}' είναι αντίθετη από την κατεύθυνση της έντασης \vec{E}_Σ .

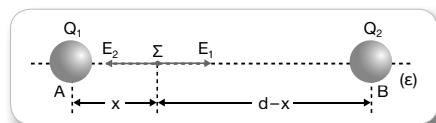


1.12 α) Έστω σημείο Σ της ευθείας ε, όπου η συνισταμένη ένταση είναι μηδέν και το οποίο απέχει απόσταση x από το Α.

$$\vec{E}_\Sigma = 0 \text{ ή } E_1 = E_2 \text{ ή } k \frac{|Q_1|}{x^2} = k \frac{|Q_2|}{(d-x)^2} \text{ ή } \left(\frac{d-x}{x}\right)^2 = \frac{|Q_2|}{|Q_1|}$$

$$\text{ή } \left(\frac{d-x}{x}\right)^2 = 4$$

$$\text{Επομένως: } \frac{d-x}{x} = +2 \text{ (1) ή } \frac{d-x}{x} = -2 \text{ (2)}$$



Από τη σχέση (1) έχουμε: $d-x=2x$ ή $3x=d$ ή $x=\frac{d}{3}=0,1\text{m}$ (Δεκτή)

Από τη σχέση (2) έχουμε: $d-x=-2x$ ή $-x=d$ ή $x=-d=-0,3\text{m}$ (Απορρίπεται)

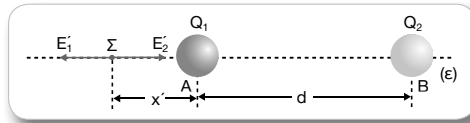
β) $\vec{E}'_{\Sigma}=0$ ή $E'_1=E'_2$ ή $k\frac{|Q_1|}{x'^2}=k\frac{|Q_2|}{(d+x')^2}$ ή

$$\left(\frac{d+x'}{x'}\right)^2 = \frac{|Q_2|}{|Q_1|} \text{ ή } \left(\frac{d+x'}{x'}\right)^2 = 4$$

Επομένως: $\frac{d+x'}{x'}=+2$ (3) ή $\frac{d+x'}{x'}=-2$ (4)

Από τη σχέση (3) έχουμε: $d+x'=2x'$ ή $x'=d$ ή $x'=0,3\text{m}$ (Δεκτή)

Από τη σχέση (4) έχουμε: $d+x'=-2x'$ ή $-3x'=d$ ή $x'=-\frac{d}{3}=-0,1\text{m}$ (Απορρίπεται)



1.13 α) Η ένταση στο σημείο Σ είναι ίση με τη συνισταμένη των δύο εντάσεων που δημιουργούν τα q_1 και q_2 .

$$(A\Sigma)=(B\Sigma)=\sqrt{18}\text{m}$$

Το μέτρο των εντάσεων είναι:

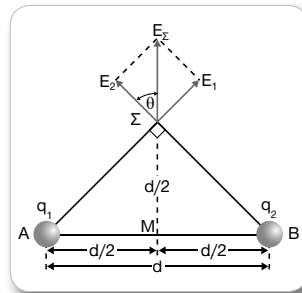
$$E_1=E_2=k\frac{|q_1|}{(A\Sigma)^2} \text{ ή } E_1=E_2=2\cdot 10^3\text{N/C}$$

Το μέτρο της συνισταμένης έντασης στο σημείο Σ δίνεται από τη σχέση:

$$E_{\Sigma}=\sqrt{E_1^2+E_2^2} \text{ ή } E_{\Sigma}=\sqrt{2E_1^2} \text{ ή } E_{\Sigma}=E_1\sqrt{2}=2\sqrt{2}\cdot 10^3\text{N/C}$$

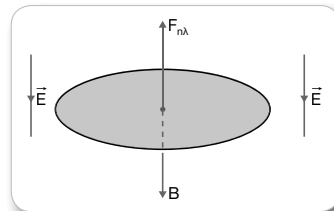
Η γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα \vec{E}_{Σ} με το διάνυσμα \vec{E}_2 βρίσκεται από τη σχέση:

$$\epsilon\phi\theta=\frac{E_1}{E_2}=1 \text{ ή } \theta=45^\circ$$



1.14 Επειδή ο δίσκος ισορροπεί, πρέπει η $\vec{F}_{\eta\lambda}$ να είναι αντίθετη του βάρους \vec{B} . Άρα, το ηλεκτρικό φορτίο του δίσκου είναι αρνητικό.

$$\Sigma\vec{F}=0 \text{ ή } F_{\eta\lambda}=B \text{ ή } E|q|=B \text{ ή } |q|=\frac{B}{E} \text{ ή } |q|=32\cdot 10^{-5}\text{C} \text{ ή } q=-32\cdot 10^{-5}\text{C}$$



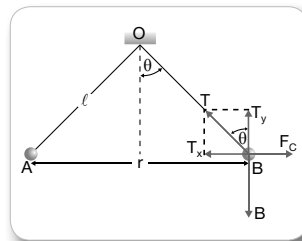
1.15 Επειδή τα φορτία ισορροπούν, ισχύουν οι σχέσεις:

$$\Sigma\vec{F}_x=0 \text{ ή } F_c=T_x \text{ ή } k\frac{Q^2}{r^2}=T\eta\mu\theta \text{ ή } k\frac{Q^2}{r^2}=T\eta\mu 45^\circ (1)$$

$$\Sigma\vec{F}_y=0 \text{ ή } B=T_y \text{ ή } B=T\sigma\upsilon\nu\theta \text{ ή } B=T\sigma\upsilon\nu 45^\circ (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2), έχουμε:

$$k\frac{Q^2}{r^2B}=1 \text{ ή } Q^2=\frac{Br^2}{k} \text{ ή } |Q|=\sqrt{\frac{Br^2}{k}} \text{ ή } |Q|=\sqrt{\frac{B\cdot 2\ell^2}{k}} \text{ ή } |Q|=2\cdot 10^{-6}\text{C}$$



1.16 Οι εντάσεις λόγω των τεσσάρων φορτίων στο κέντρο του τετραγώνου έχουν μέτρα:

$$E_A=k\frac{|Q_1|}{r^2} \text{ ή } E_A=18\cdot 10^7\text{N/C}$$

$$E_B = k \frac{|Q_2|}{r^2} \quad \text{ή} \quad E_B = 36 \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

$$E_{\Gamma} = k \frac{|Q_3|}{r^2} \quad \text{ή} \quad E_{\Gamma} = 17,46 \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

$$E_{\Delta} = k \frac{|Q_4|}{r^2} \quad \text{ή} \quad E_{\Delta} = 35,28 \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

Η συνισταμένη με διεύθυνση (ΑΓ) έχει μέτρο:

$$E_{A\Gamma} = E_A - E_{\Gamma} = 0,54 \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

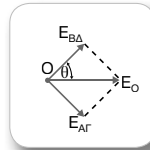
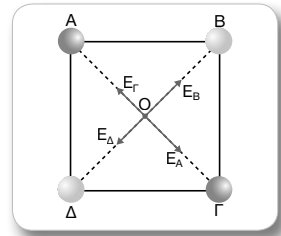
Η συνισταμένη με διεύθυνση (ΒΔ) έχει μέτρο:

$$E_{B\Delta} = E_B - E_{\Delta} = 0,72 \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

Η συνισταμένη ένταση έχει μέτρο:

$$E_O = \sqrt{E_{A\Gamma}^2 + E_{B\Delta}^2} \quad \text{ή} \quad E_O = 9 \cdot 10^6 \text{ N/C}$$

Η διεύθυνση της συνισταμένης έντασης δίνεται από τη σχέση: $\epsilon\phi\theta = \frac{E_{A\Gamma}}{E_{B\Delta}}$ ή $\epsilon\phi\theta = 0,75$



1.17 α) Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα προκύπτει:

$$\Sigma F = m\alpha \quad \text{ή} \quad \alpha = \frac{\Sigma F}{m} \quad \text{ή} \quad \alpha = \frac{qE}{m} \quad \text{ή} \quad \alpha = 1,2 \text{ m/s}^2$$

Η μετατόπιση του σωματιδίου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$x = \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad \text{ή} \quad x = 0,6 \text{ m}$$

β) Η κινητική ενέργεια του φορτίου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \quad \text{ή} \quad K = \frac{1}{2} m (\alpha t)^2 \quad \text{ή} \quad K = \frac{1}{2} m \alpha^2 t^2 \quad \text{ή} \quad K = 7,2 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

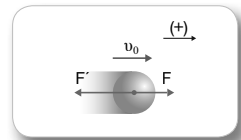
γ) Κατά την κίνηση του σωματιδίου αυξάνεται η κινητική ενέργεια και μειώνεται η ηλεκτροστατική του δυναμική ενέργεια.

1.18 Έστω F η δύναμη από το αρχικό πεδίο, F' η δύναμη από το αντίρροπο πεδίο και v_0 η ταχύτητα που απέκτησε το σωματίδιο από την προηγούμενη κίνηση. Το σωματίδιο εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Άρα:

$$v = v_0 - \alpha' t \quad \text{ή} \quad \alpha' = \frac{v_0}{t} \quad \text{ή} \quad \alpha' = 1,2 \text{ m/s}^2 \text{ (μέτρο)}$$

Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma F = m\alpha' \quad \text{ή} \quad F - F' = m\alpha' \quad \text{ή} \quad qE - qE' = -m\alpha' \quad \text{ή} \quad E' = \frac{m\alpha'}{q} + E \quad \text{ή} \quad E' = 24 \text{ N/C}$$



1.19 Η δυναμική ενέργεια του συστήματος δίνεται από τη σχέση:

$$U = k \frac{Q_1 Q_2}{r} \quad \text{ή} \quad U = -0,54 \text{ J}$$

1.20 Από τη σχέση που υπολογίζουμε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια προκύπτει:

$$U = k \frac{Q_1 Q_2}{r} \quad \text{ή} \quad r = k \frac{Q_1 Q_2}{U} \quad \text{ή} \quad r = 0,4 \text{ m}$$

$$\mathbf{1.21} \quad U = k \frac{Qq}{r} \quad \text{ή} \quad U = -10,8 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

1.22 Από τη σχέση που υπολογίζουμε το δυναμικό προκύπτει:

$$V = k \frac{Q}{r} \quad \text{ή} \quad V = 6 \cdot 10^4 \text{ V}$$

$$1.23 \quad V = k \frac{Q}{r} \quad \text{ή} \quad r = \frac{kQ}{V} \quad \text{ή} \quad r = 0,45 \text{ m}$$

$$1.24 \text{ α)} \quad U_{\Sigma} = qV_{\Sigma} \quad \text{ή} \quad U_{\Sigma} = -2 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

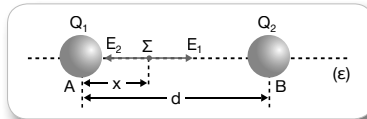
β) Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη μετακίνηση του φορτίου από το σημείο Σ στο άπειρο, έχουμε:

$$K_{\infty} - K_{\Sigma} = W_{F_{\epsilon}}^{\Sigma \rightarrow \infty} + W_{F_{\eta}}^{\Sigma \rightarrow \infty} \quad \text{ή} \quad 0 = W_{F_{\epsilon}}^{\Sigma \rightarrow \infty} + U_{\Sigma} \quad \text{ή} \quad W_{F_{\epsilon}}^{\Sigma \rightarrow \infty} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

Άρα, πρέπει να προσφερθεί ενέργεια ίση με $+2 \cdot 10^{-5} \text{ J}$ για τη μεταφορά του φορτίου στο άπειρο.

1.25 α) Τα φορτία $Q_1 = +2 \mu\text{C}$ και $Q_2 = +18 \mu\text{C}$ βρίσκονται στις θέσεις Α και Β αντίστοιχα και απέχουν απόσταση $d = 16 \text{ cm}$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Έστω ότι η συνισταμένη ένταση μηδενίζεται στο σημείο Σ που απέχει απόσταση x από το σημείο Α.



$$\vec{E}_{\Sigma} = 0 \quad \text{ή} \quad E_1 = E_2 \quad \text{ή} \quad k \frac{|Q_1|}{x^2} = k \frac{|Q_2|}{(d-x)^2} \quad \text{ή} \quad \left(\frac{d-x}{x} \right)^2 = \frac{|Q_2|}{|Q_1|} \quad \text{ή} \quad \left(\frac{d-x}{x} \right)^2 = 9$$

$$\text{Επομένως: } \frac{d-x}{x} = +3 \quad (1) \quad \text{ή} \quad \frac{d-x}{x} = -3 \quad (2)$$

$$\text{Από τη σχέση (1) έχουμε: } 4x = d \quad \text{ή} \quad x = \frac{d}{4} = 0,04 \text{ m (Δεκτή)}$$

$$\text{Από τη σχέση (2) έχουμε: } -2x = d \quad \text{ή} \quad x = -\frac{d}{2} = -0,08 \text{ m (Απορρίπτεται)}$$

$$\beta) \text{ Στο σημείο Σ το δυναμικό είναι: } V_{\Sigma} = V_1 + V_2 \quad (3)$$

$$V_1 = k \frac{Q_1}{x} \quad \text{ή} \quad V_1 = 4,5 \cdot 10^5 \text{ V} \quad (4)$$

$$V_2 = k \frac{Q_2}{d-x} \quad \text{ή} \quad V_2 = 13,5 \cdot 10^5 \text{ V} \quad (5)$$

$$\text{Από τη σχέση (3), λόγω των σχέσεων (4) και (5), έχουμε: } V_{\Sigma} = 18 \cdot 10^5 \text{ V}$$

$$1.26 \text{ α)} \text{ Για } r_1 \text{ ισχύει: } V_1 = k \frac{Q}{r_1} \quad \text{ή} \quad V_1 = 9 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$\text{Για } r_2 \text{ ισχύει: } V_2 = k \frac{Q}{r_2} \quad \text{ή} \quad V_2 = 4,5 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$\beta) U_1 = qV_1 \quad \text{ή} \quad U_1 = 9 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$\gamma) W_F = q(V_1 - V_2) \quad \text{ή} \quad W_F = 9 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$1.27 \text{ α)} \text{ Η δυναμική ενέργεια του ηλεκτρονίου είναι: } U = k \frac{Qq_e}{r} \quad \text{ή} \quad U = -1,1 \cdot 10^{-24} \text{ J}$$

$$\beta) \text{ Η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου είναι: } K = \frac{1}{2} m_e v^2 \quad (1)$$

$$\text{Η δύναμη Coulomb παίζει τον ρόλο κεντρομόλου δύναμης. Άρα: } k \frac{|Qq_e|}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad (2)$$

$$\text{Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: } K = \frac{1}{2} k \frac{|Qq_e|}{r} \quad \text{ή} \quad K = 0,55 \cdot 10^{-24} \text{ J}$$

$$\gamma) \text{ Η μηχανική ενέργεια του ηλεκτρονίου είναι: } E = K + U = -0,55 \cdot 10^{-24} \text{ J}$$

$$1.28 \text{ α) } M\Gamma = M\Delta = \sqrt{\alpha^2 + \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2} = \frac{\alpha\sqrt{5}}{2} = 2,5\sqrt{10} \text{ m}$$

Το δυναμικό στο σημείο M είναι:

$$V_M = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 \quad \text{ή} \quad V_M = k \frac{Q_1}{(AM)} + k \frac{Q_2}{(MB)} + k \frac{Q_3}{(M\Gamma)} + k \frac{Q_4}{(M\Delta)} \quad \text{ή}$$

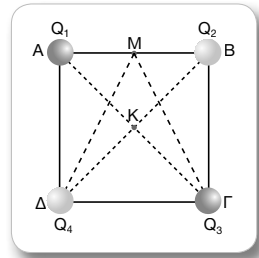
$$V_M = -110,25 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$\beta) r^2 + r^2 = \alpha^2 \quad \text{ή} \quad 2r^2 = \alpha^2 \quad \text{ή} \quad r = \frac{\alpha}{\sqrt{2}} = 5 \text{ m}$$

$$V_K = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 \quad \text{ή} \quad V_K = k \frac{Q_1}{r} + k \frac{Q_2}{r} + k \frac{Q_3}{r} + k \frac{Q_4}{r} \quad \text{ή} \quad V_K = -108 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$\gamma) W_{\eta\lambda}^{M \rightarrow K} = q(V_M - V_K) = -2,25 \cdot 10^{-6} \text{ V}$$

Το έργο εκφράζει την ενέργεια που πρέπει να προσφερθεί στο φορτίο κατά τη μετακίνησή του από το M στο K.



$$1.29 \text{ α) } W_1 = q(V_M - V_\infty) \quad \text{ή} \quad W_1 = qV_M \quad \text{ή} \quad W_1 = -110,25 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$\beta) W_2 = q(V_K - V_\infty) \quad \text{ή} \quad W_2 = qV_K \quad \text{ή} \quad W_2 = -108 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

1.30 Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας, έχουμε:

$$K_T - K_A = W_F \quad \text{ή} \quad K_T - K_A = qV \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v^2 - 0 = qV \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} \quad \text{ή} \quad v = 11 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

1.31 α) Η ηλεκτρική ενέργεια που ελευθερώθηκε κατά τη διάρκεια του κεραυνού είναι ίση με τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του φορτίου.

$$E_{\eta\lambda} = \Delta U = qV \quad \text{ή} \quad E_{\eta\lambda} = -1,25 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$\beta) \text{ Η μέση ισχύς δίνεται από τη σχέση: } \bar{P} = \frac{|E_{\eta\lambda}|}{t} \quad \text{ή} \quad \bar{P} = 1,25 \cdot 10^9 \text{ W}$$

1.32 α) Από τον ορισμό της χωρητικότητας ενός πυκνωτή, έχουμε:

$$C = \frac{Q}{V} \quad \text{ή} \quad V = \frac{Q}{C} \quad \text{ή} \quad V = 50 \cdot 10^{-3} \text{ V} \quad \text{ή} \quad V = 50 \text{ mV}$$

$$\beta) \text{ Η ενέργεια του πυκνωτή είναι: } U = \frac{1}{2} QV \quad \text{ή} \quad U = 25 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

1.33 Για τον πυκνωτή γνωρίζουμε: $S = 200 \text{ cm}^2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$ και $\ell = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

$$\text{Η χωρητικότητα του πυκνωτή δίνεται από τη σχέση: } C = \epsilon_0 \frac{S}{\ell} \quad \text{ή} \quad C = 3,54 \cdot 10^{-10} \text{ F}$$

$$1.34 \quad C = \epsilon_0 \frac{S}{\ell} \quad \text{ή} \quad \ell = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{C} \quad \text{ή} \quad \ell = 1 \text{ mm}$$

$$1.35 \text{ α) Η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι: } C = \epsilon_0 \frac{S}{\ell} \quad \text{ή} \quad C = 4,43 \cdot 10^{-10} \text{ F}$$

$$\beta) \text{ Το φορτίο του πυκνωτή είναι: } Q = CV \quad \text{ή} \quad Q = 885 \cdot 10^{-10} \text{ C}$$

1.36

	ΠΡΙΝ (ΤΟΝ ΔΙΠΛΑΣΙΑΣΜΟ)	ΜΕΤΑ (ΤΟΝ ΔΙΠΛΑΣΙΑΣΜΟ)
Χωρητικότητα	$C = 2 \cdot 10^{-6} \text{F}$	$C' = \epsilon_0 \frac{S}{2\ell} = 10^{-6} \text{F}$
Φορτίο	$Q = C \cdot V = 300 \cdot 10^{-6} \text{C}$	$Q' = Q = 300 \cdot 10^{-6} \text{C}$
Τάση	$V = 150 \text{V}$	$V' = \frac{Q}{C'} = 300 \text{V}$
Ένταση ηλεκτρικού πεδίου	$E = V/\ell = 7.500 \text{V/m}$	$E' = \frac{V'}{2\ell} = 7.500 \text{V/m}$
Ηλεκτρική ενέργεια	$U = \frac{1}{2} QV = 225 \cdot 10^{-4} \text{J}$	$U' = \frac{1}{2} QV' = 450 \cdot 10^{-4} \text{J}$

Για να απομακρυνθούν οι πλάκες του πυκνωτή, απαιτείται ενέργεια που είναι ίση με τη μεταβολή της ηλεκτρικής ενέργειας του πυκνωτή: $\Delta U = U' - U = 225 \cdot 10^{-4} \text{J}$

1.37 Η ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου δίνεται από τη σχέση:

$$E = \frac{V}{\ell} \quad \text{ή} \quad E = 16 \cdot 10^3 \text{V/m}$$

1.38 $E = \frac{V}{\ell}$ ή $\ell = \frac{V}{E}$ ή $\ell = 0,2 \text{m}$

1.39 α) Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη μετακίνηση του θετικού φορτίου από την αρνητική στη θετική πλάκα, έχουμε:

$$K_B - K_A = W_F^{A \rightarrow B} + W_{F_{\epsilon}}^{A \rightarrow B} \quad \text{ή} \quad 0 = W_F^{A \rightarrow B} + W_{F_{\epsilon}}^{A \rightarrow B} \quad \text{ή} \quad W_{F_{\epsilon}}^{A \rightarrow B} = -W_F^{A \rightarrow B} = -q(V_A - V_B) = qV = 18 \cdot 10^{-6} \text{J}$$

β) $K_A - K_B = W_F^{B \rightarrow A} + W_{F_{\epsilon}}^{B \rightarrow A} \quad \text{ή} \quad 0 = W_F^{B \rightarrow A} + W_{F_{\epsilon}}^{B \rightarrow A} \quad \text{ή} \quad W_{F_{\epsilon}}^{B \rightarrow A} = -qV = -18 \cdot 10^{-6} \text{J}$

1.40 α) $K = e \cdot V$ ή $K = 3,2 \cdot 10^{-15} \text{J}$

β) $K = \frac{1}{2} m v^2$ ή $v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$ ή $v = 8,43 \cdot 10^7 \text{m/s}$

1.41 Η σταγόνα ισορροπεί μέσα σε ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο. Άρα:

$$\Sigma F = 0 \quad \text{ή} \quad F_{\eta\lambda} = B \quad \text{ή} \quad E|q| = B \quad \text{ή} \quad \frac{V}{\ell}|q| = B \quad \text{ή} \quad |q| = \frac{B\ell}{V} \quad \text{ή} \quad |q| = 6,4 \cdot 10^{-19} \text{C}$$

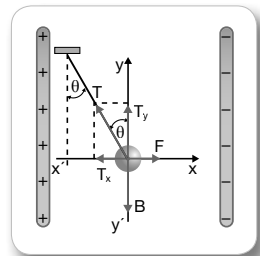
1.42 Επειδή η σφαίρα ισορροπεί, ισχύουν οι σχέσεις:

$$\Sigma \vec{F}_y = 0 \quad \text{ή} \quad T_y = B \quad \text{ή} \quad T \sin \theta = B \quad (1)$$

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \quad \text{ή} \quad T_x = B \quad \text{ή} \quad T \eta \mu \theta = F \quad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2), έχουμε:

$$\epsilon \varphi \theta = \frac{B}{F} \quad \text{ή} \quad \epsilon \varphi 30^\circ = \frac{B}{qE} \quad \text{ή} \quad \epsilon \varphi 30^\circ = \frac{mg}{q \frac{V}{\ell}} \quad \text{ή} \quad V = \frac{mg \epsilon \varphi 30^\circ}{q} = 9,62 \text{V}$$



1.43 α) Η ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$E = \frac{V_{\kappa\lambda}}{\ell} \quad \text{ή} \quad E = 2.000 \text{V/m}$$

β) $V_{\kappa\lambda} = V_K - V_A$ ή $V_A = V_K - V_{\kappa\lambda}$ ή $V_A = -800 \text{V}$

1.44 Η ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$E = \frac{V}{\ell} \quad \text{ή} \quad E = 2.000 \text{ V/m}$$

Η διαφορά δυναμικού $V_{\text{ΚΛ}}$ υπολογίζεται από τη σχέση: $V_{\text{ΚΛ}} = E \cdot \ell_{\text{ΚΛ}}$ ή $V_{\text{ΚΛ}} = 1.200 \text{ V}$

α) Το έργο της δύναμης του πεδίου είναι:

$$W_{\text{F}}^{\text{Κ} \rightarrow \text{Λ}} = q \cdot V_{\text{ΚΛ}} \quad \text{ή} \quad W_{\text{F}}^{\text{Κ} \rightarrow \text{Λ}} = 12 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

β) Το έργο $W_{\text{F}}^{\text{Μ} \rightarrow \text{Κ}}$ είναι μηδενικό, επειδή η δύναμη του πεδίου είναι κάθετη στη μετατόπιση ΜΚ.

γ) Το έργο $W_{\text{F}}^{\text{Κ} \rightarrow \text{Λ} \rightarrow \text{Μ} \rightarrow \text{Κ}}$ είναι μηδενικό, επειδή το ηλεκτροστατικό πεδίο είναι συντηρητικό και το έργο μίας συντηρητικής δύναμης σε μία κλειστή διαδρομή είναι μηδέν.